



Bulgarian Academy of Sciences
Institut of Solid State Physics
"Academician Georgi Nadzhakov"



NIKOLAY PETROV DENEV

STATISTICAL STUDY OF OUTPUT CHARACTERISTICS OF A CuBr LASER

Author's summary of a dissertation

for the acquisition of the educational and scientific degree "PhD"

Area of Higher Education: 4. Natural Sciences, Mathematics and
Informatics

Professional Stream: 4.1. Physical sciences

Doctoral Program: 01.03.22 Physics of wave processes

(including acoustic oscillations and waves, optics, nonlinear oscillations and waves –
nonlinear and quantum electronics; optoelectronics and laser technique)

Main supervisor: Acad. Nikola Vasilev Sabotinov

Scientific advisors: 1. Associate Prof. PhD Iliycho Petkov Iliev

2. Associate Prof. PhD Dimo Nikolov Astajov

Sofia

2013



Българска академия на науките

Институт по физика на твърдото тяло

"Академик Георги Наджакوف"



НИКОЛАЙ ПЕТРОВ ДЕНЕВ

**СТАТИСТИЧЕСКО ИЗСЛЕДВАНЕ НА ИЗХОДНИТЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ
НА CuBr ЛАЗЕР**

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

на дисертационен труд

за придобиване на образователната и научна степен „Доктор“

Област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика

Професионално направление: 4.1. Физически науки

Научна специалност: 01.03.22. Физика на вълновите процеси

(вкл. акустични трептения и вълни; оптика; нелинейни трептения и вълни - нелинейна оптика и квантова електроника; оптоелектроника и лазерна техника)

Научен ръководител: Акад. Никола Василев Съботинов

Научни консултанти: 1. доц. д-р Илийчо Петков Илиев

2. доц. д-р Димо Николов Астаджов

Рецензенти:

1.....

2.

София

2013

Дисертацията се състои от 129 страници, 20 фигури, 61 таблици и 111 цитирани литературни източника. Брой на публикациите на докторанта, свързани с дисертационния труд – 7.

Николай Петров Денев е задочен аспирант към Лаборатория „Лазери с пари на металите”, ИФТТ, БАН и работи като е асистент в Департамента по приложна физика на ТУ- София.

Дисертационният труд е обсъден и насочен за защита от научен семинар на Лаборатория “Лазери с пари на металите”, Институт по физика на твърдото тяло „Акад. Георги Наджаков” – БАН, състоял се на 31.01. 2013 година.

<http://www.issp.bas.bg>
ISSP-BAS-2013-PhD.....

Защитата на дисертационния труд ще се състои на от..... часа в зала на Институт по Физика на Твърдото Тяло „Акад. Г. Наджаков” – БАН, бул. „Цариградско шосе” 72, София, пред научно жури в състав:

1. Акад. Никола Василев Съботинов
2. Проф. дфн Николай Кирилов Вучков
3. Проф. дфн дтн Марин Ненчев Ненчев
4. Проф. дтн Иван Томов Димов
5. Доц. д-р Илийчо Петков Илиев

Номерацията на формулите, таблиците, фигурите и цитираната литература в автореферата съвпада с тяхната номерация в дисертационния труд.

Съдържание

Актуалност на темата	4
Формулиране на нерешените проблеми	4
Цели и задачи на дисертационния труд.....	5
Структура и обем на дисертационния труд.....	5
Кратко съдържание на дисертационния труд	6
Глава 1. Математично моделиране. Обзор на математичните модели на ЛПМ	6
Глава 2. Параметрични модели в статистиката и тяхното приложение за CuBr лазер	7
Глава 3. Нелинейни полиномни параметрични модели на CuBr лазер	19
Публикации на автора по темата на дисертационния труд	29
Претенции за научни и научноприложни приноси	30
Библиография.....	31

Обща характеристика на дисертационния труд

Актуалност на темата

Лазерите с пари на металите (ЛПМ) и техните съединения винаги са били предмет на активни експериментални и теоретични изследвания. Този интерес се определя от широкото им приложение в медицината, физиката, химията, екологията, техниката и научните изследвания. В тази област са направени над 2000 научни публикации, книги, монографии в най-реномираните научни списания, а също така в трудовете на научни конференции.

Същественото увеличаване на изходната им лазерна мощност през последните няколко години позволява да се разшири значително тяхното приложение. За нуждите на практиката се създават нови устройства, производството налага поевтиняване на изделията, повишаване на тяхната надеждност, увеличаване на срока на служба на лазерните системи. Всичко това предполага развитие на досегашните познания и придобиване на нови такива, свързани с решаването на конкретни задачи. Наред с чисто експерименталните методи на изследване съществуват и активно се разработват и голям брой аналитични и числени модели. В обзорните статии [4,5,6,7], наред с разглеждане на различните модели за ЛПМ се изразява мнението, че съществуващите модели недостатъчно пълно отразяват експерименталните резултати и по-нататъшните изследвания в тази област са перспективни.

Формулиране на нерешените проблеми

Независимо от интензивното развитие на полупроводниковите и твърдотелни лазери, ЛПМ и техните съединения продължават активно да се развиват поради голямото им практическо приложение. От тази група лазери ще отделим лазерите с пари на медта и нейните съединения. Те се явяват най-мощните източници във видимия диапазон (при дължина на вълната 510.6 nm и 578.2 nm). Изходната им лазерна мощност се приближава до 150 W, което ги прави уникални и значително разширява тяхното приложение. Лазерният лъч има по-добра кохерентност и сходимост, по-добър модов състав. По сравнение с инфрачервените източници на лазерно излъчване (в частност CO₂ лазерите) тяхната по-малка дължина на вълната позволява по-доброто фокусиране на лазерния лъч. Активно се развиват лазерите с пари на халогенидите на медта, с последващо добавяне на водород, на HCL, HBr и др. Това позволява да се повиши изходната лазерна мощност, честотните характеристики и качеството на лазерния лъч. В тази посока активно се работи по усъвършенстването на съществуващите лазерни източници и създаване на нови такива. Научната продукция на тази тема е много висока - статии, монографии, патенти, провеждане на престижни международни конференции, (виж [15,16] и цитираната там литература).

Върху изходна лазерна мощност и ефективност оказват въздействие голям брой независими параметри. До този момент няма единен подход при тяхното класифициране.

На основа на анализа на състоянието на развитието на ЛПМ и техните съединения можем да формулираме някои нерешени проблеми от гледна точка на тяхното моделиране:

А) Липсва системен статистически подход в анализа и обработката на натрупания огромен експериментален материал;

Б) Не е извършен системен класификационен анализ на голямото количество независими величини. Това би позволило по нов начин да се оцени сложната природа на физичните процеси в лазерната тръба;

В) Няма оценка за степента на влияние на отделните величини на лазерната мощност и ефективност – както в индивидуален аспект, така и влиянието им по групи по предварително дефиниран критерий;

Г) Няма направена оценка за степента на нелинейно влияние на отделните величини върху изходната лазерна мощност и ефективност. Не е известно кои величини са склонни

да образуват помежду си нелинейни групи и каква е степента на нелинейност - втора, трета или по –голяма;

Д) Отсъствие на статистическа методика за частично решаване на задачи от планирането на експеримента - например провеждането на отсейващ експеримент, на екстремален експеримент.

Цели и задачи на дисертационния труд

Формулиране на нерешените проблеми в областта на моделите за разглежданите лазери позволява да се определят следните цели на дисертационния труд:

А) На основата на събрания експериментален материал да се създадат емпирични модели, които да обвържат независимите физични величини с изходната лазерна мощност и ефективност;

Б) Развитие на класификационен анализ. Определяне степента на влияние на всяка една независима величина на изходните параметри на лазерния източник. Групиране на независимите величини в зависимост от степента на влияние и предварително зададени критерии за класификации;

В) Нов подход при изучаване на сложната природа на лазерната генерация. Установяване на резултати, които не могат да бъдат получени по друг начин;

Г) Провеждане на частично планиране на експеримента- извършване на отсейващ и екстремален експеримент. Методика за оценка на изходните характеристики на нови лазерни източници.

За решаване на поставените цели е необходимо да бъдат решени конкретни задачи:

А) Провеждане на класификационен анализ с техниките на факторния и клъстерен анализ. Определяне на степента на влияние на отделите независими величини на лазерната мощност и ефективност. Групиране на величините на съществени и несъществени по отношение на изходните параметри на лазерната генерация;

Б) Подреждане на независимите величини чрез групиране на тези от тях, които корелират силно помежду си и не корелират с останалите;

В) С техниката на факторния анализ построяване на линейни регресионни уравнения, свързващи групираните независими величини с изходната лазерна мощност и ефективност;

Г) Построяване на квазилинейни (полиномни) модели с техниките на регресионния анализ, които в явен вид показват влиянието на съществените независими величини на изходната лазерна мощност и ефективност. Определяне на степента на нелинейност на величините;

Д) Създаване на методика за частична оптимизация на лазерния източник, което може да послужи за основа за разработване на нови лазери;

Е) Анализ на получените резултати за по-нататъшното изясняване на най-важните физични процеси, които определят поведението на лазерния източник.

Структура и обем на дисертационния труд

Работата се състои от три глави, литература, публикации по темата на дисертацията, апробация на получените резултати, претенции за научни и научноприложни приноси.

Глава 1 не е приносна. Разгледани са накратко някои общи въпроси, свързани с понятието математично моделиране- видове модели, етапи на моделирането, проверка за адекватност на моделите. Направена е обосновка за актуалността на проблемите при моделиране на ЛМП и са формулирани нерешените проблеми в областта на моделирането. Определени са целите и задачите на дисертационния труд. Описан е обектът на изследване в дисертационния труд, като е направена кратка характеристика на неговите параметри, приложения и индустриално производство. Направен е обзор на съществуващите структурни и феноменологични модели.

Във втора глава са определени изходните параметри на лазерния източник, които ще бъдат предмет на разглеждане. Дефинирани са и независимите параметри (предиктори), чието влияние на изходните параметри е предмет на изследване в настоящия труд. Направена е кратка характеристика на използваните статистически техники за класификационен анализ. Получена е класификация на независимите величини и изходните лазерни характеристики с методите на клъстерния и факторен анализ. Извършен е анализ и физическа интерпретация на получените резултати. Проведен е линеен регресионен анализ на лазерната мощност и ефективност. Направена е оценка за точността и адекватността на получените резултати.

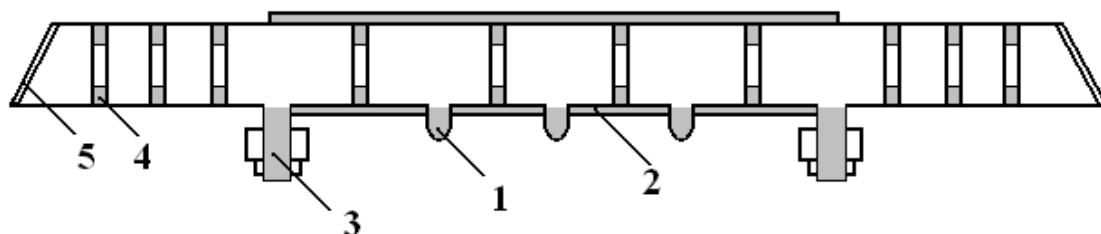
В трета глава са развити нелинейни параметрични модели от втора и трета степен за лазерната мощност и ефективност. Тя е изцяло оригинална, получените резултати са за първи път. Извършена е оценка за тяхната адекватност и достоверност. Направено е сравнение между тях. Извършена е частична оптимизация на съществуващ лазерен източник, което може да послужи за проектиране и създаване на нови лазерни източници. Направен е анализ на получените резултати.

Кратко съдържание на дисертационния труд

Глава 1. Математично моделиране. Обзор на математичните модели на ЛПМ

Разгледани са накратко основни понятия и представи за математични модели и моделиране на основата на част от многобройните публикации на тази тема [1-3]. Описани са особеностите на физическия модел и различните видове математични модели. Описани са етапите при математичното моделиране. Разгледано е актуалността на проблема, свързан с настоящия дисертационен модел. Формулирани са нерешените проблеми, свързани с математичното моделиране на лазерите с пари на металите. Дефинирани са целите и задачите на дисертационния труд.

Обект на изследване в настоящия дисертационен труд е лазер с пари на меден бромид, излъчващ във видимия диапазон - 510,6 nm и 578,2 nm (Фиг. 1.1). Този тип лазер е оригинално българско изобретение, защитен с български и международни патенти и е създаден от колектив от Лабораторията по лазери с пари на металите към ИФТТ «Акад. ГеоргиНаджаков», БАН, София. Първият патент, свързан с този тип лазер е N. V. Sabotinov, et al., Bulg. patent No.:28674, 1975. Лазерът с пари на меден бромид е сред 12-те лазерни източника, които имат широко приложение и са от комерсиален интерес [<http://www.issp.bas.bg/lab/LabMVLs/>, [15,19].



Фиг. 1.1. Принципна схема на лазерната тръба на лазер с пари на меден бромид: 1 – резервоари с меден бромид, 2 – топлинна изолация в областта на активния обем, 3 – медни електроди, 4 – вътрешни диафрагми, 5 – изходни прозорци.

Лазери с пари на меден бромид в зависимост от своите конструктивни особености и изходни характеристики имат широко приложение в различни отрасли на практиката и различни направления на научните изследвания [15,21,22].

Независимо, че настоящият дисертационен труд не е посветен на кинетичните (структурни) модели, е направен кратък обзор на съществуващите модели от този тип, в това число на американски, руски, китайски, български автори [4,5,44-50,58-66]. Причината е, че това са най-разпространените модели.

Направен е обзор на известни модели за ЛПМ по феноменологичния подход. Както вече бе споменато, този тип моделиране не е застъпено в областта на лазерите с пари на металите и техните съединения. Такива модели се появиха едва през последните няколко години и все още не са предмет на достатъчно внимание и обсъждане от страна на специалистите. В [67-70] са разгледани публикации на китайски автори. Оптимизирана е електрична верига за CuBr лазер, разработени са генетични алгоритми за оптимизиране на електрични вериги и за изследване на кинетични процеси за ЛМП. Отразени са и работите на български автори (вкл. тези на автора на настоящия дисертационен труд) по статистическото моделиране на ЛПМ [71-83]. Използвани са статистически техники като клъстерен, факторен и регресионен анализ. Установена е степента на влияние на основни независими величини на лазерната мощност и ефективност и са разработени регресионни уравнения за тези зависимости. Като нови резултати можем да посочим построяването на полиномни и нелинейни параметрични модели за лазер с пари на меден бромид, излъчващ във видимия диапазон, а също така за ултравиолетов лазер с меден бромид [81-83].

Глава 2. Параметрични модели в статистиката и тяхното приложение за CuBr лазер

В тази глава се използват класически параметрични методи като клъстерен анализ, многомерен факторен анализ, линеен и нелинеен регресионен анализ, регресия с главните елементи и др. Тези статистически техники се използват за изследване на общите закономерности между изходните величини (лазерна мощност и ефективност) и независимите параметри на основата на известни експериментални данни. Целта е построяване на статистически модели, които да описват и предвиждат поведението на разглежданата система.

С построяването на подобни емпирични модели трябва да се решат следните задачи:

- А) Класификация на независимите величини по критерия „близост” спрямо изходната лазерната мощност и ефективност;
- Б) Класификация на независимите величини по критерия „корелация”. Групиране на независимите величини по степен на корелация по между им;
- В) Определяне влиянието на отделните величини, а също така на групирани такива на изходните параметри;
- Г) Построяване на линейни и нелинейни параметрични модели за описание на лазерната мощност и ефективност;
- Д) Приложение на развитите методи за предвиждане на експеримента;
- Е) Физическа интерпретация на получените резултати.

Характеристика на данните за лазер с пари на меден бромид

Статистическото изследване на CuBr лазер се извършва на базата на данни от исторически тип, публикувани в [84-94].

Ние изследваме варианти на този лазер, изобретени в Лабораторията по лазери с метални пари, Институт по физика на твърдото тяло «Академик Георги Наджаков», БАН, София.

Използвани са около 400 експериментални резултати. Разгледани са общо 12 величини. От тях независимите са 10, а 2 са зависими. Описанието им е дадено в Табл. 2.1.

Табл. 2.1. Изследвани величини за лазер с пари на меден бромид.

Независими входни величини	Размерност
D – вътрешен диаметър на лазерната тръба	mm
dr – вътрешен диаметър на пръстените	mm
L – разстояние между електродите (дължина на активната зона)	cm
P_{in} – входна мощност	kW
PH_2 – налягане на водорода	Torr
PL – специфична мощност на единица дължина	kW/cm
Prf – честота на повторение на импулсите	kHz
PNe – налягане на неона	Torr
C – еквивалентен капацитет на кондензаторната батерия	pF
Tr – температура на резервоара с меден бромид	°C
Зависими изходни величини	
P_{out} – изходна лазерна мощност (лазерна генерация)	W
Eff – лазерна ефективност	%

Клъстерен анализ

Клъстерният анализ (КА) е многомерна статистическа процедура, която се състои в разбиване (или обединение) на някаква съвкупност от обекти на еднородни групи (клъстери или класове). Всички елементи, влизащи в една група, трябва да бъдат максимално еднакви по някакъв предварително зададен критерий. Елементите от различните групи трябва максимално да се различават помежду си. В този случай критерият е свързан с понятието „подобие”, „еднородност” или „сходство”. За да може количествено да се оцени понятието еднородност или сходство, се въвежда понятието „метрика”. Всяко едно събитие се представя като точка в координатно пространство. Определя се разстоянието между две събития. Сходството или различията между събитията се определят от разстоянията между тях. Два обекта са „идентични” или „сходни”, когато разстоянието между тях е нула. Колкото е по-голямо разстоянието между тях, толкова по-малко те са подобни или идентични помежду си.

Най-често използваната мярка за разстояние между интервални данни е обикновеното евклидово разстояние между два вектора $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip})'$ и $x_j = (x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jp})'$:

$$d(x_i, x_j) = \sqrt{\sum_{m=1}^p (x_{im} - x_{jm})^2}, \quad i, j = 1, \dots, n.$$

Също така се използва и квадрат на евклидовото разстояние, разстояние на Минковски и др.

От разработените клъстерни методи най-подходящи за малък брой данни (под 1000) са йерархичните агломеративни методи, при които клъстерите постепенно се урупняват.

Най-разпространеният способ за представяне на резултатите на тези методи се явява дендрограмата (дървовидна диаграма), която графически изобразява йерархичната структура, породена от матрицата на сходство и правилата за обединение на клъстерите. Съществуват различни методи за обединение на обектите в клъстери и след това на самите клъстери. Стандартни методи за формиране на клъстери са междугруповото свързване (Between-groups linkage), на най-близкия съсед (Nearest neighbor), центроидният метод (Centroid clustering) и др.

Приложение на клъстерния анализ за изследване на лазерната мощност и лазерната ефективност на CuBr лазер

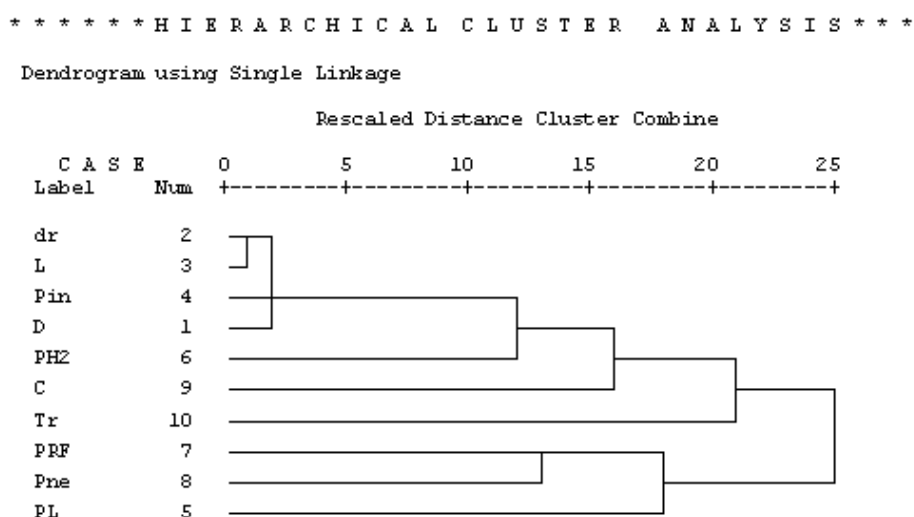
Случай 1. Приложение на метода на свързване на най-близкия съсед (Nearest Neighbour (Single Linkage) Method) за 10 независими величини.

Първата стъпка е изчисляване на стандартизираните величини (обезмеряване). В началото всяка променлива е самостоятелен клъстер. След това се намират всички разстояния между тях в т. нар. матрица на близост (сходство - табл. 2.2. Показаните числени стойности представляват квадратите на евклидовите разстояния между всяка двойка независими величини.

Таблица 2.2. Матрица на близост за 10-те входни променливи, с квадрат на евклидовото разстояние.

Променлива	D	dr	L	Pin	PL	PH2	Prf	Pne	C	Tr
1-D	0	44.2	92.9	109.4	462.1	221.5	314.7	370.7	179.9	273.5
2-dr	44.2	0	28.7	44.9	460.2	193.6	337.9	355.7	196.4	243.9
3-L	92.9	28.7	0	42.2	512.0	145.9	348.2	337.0	233.4	275.0
4-Pin	109.4	44.9	42.2	0	396.6	190.1	340.6	327.4	208.1	276.6
5-PL	462.1	460.2	512.0	396.6	0	430.8	255.9	206.7	352.2	300.0
6-PH2	221.5	193.6	145.9	190.1	430.8	0	344.3	316.6	322.3	381.7
7-Prf	314.7	337.9	348.2	340.6	255.9	344.3	0	151.7	322.8	279.7
8-Pne	370.7	355.7	337.0	327.4	206.7	316.6	151.7	0	391.7	291.1
9-C	179.9	196.4	233.4	208.1	352.2	322.3	322.8	391.7	0	231.3
10-Tr	273.5	243.9	275.0	276.6	300.0	381.7	279.7	291.1	231.3	0

Най-късото разстояние е 28.7 между величините L и dr (виж също фиг. 2.1). Те се обединяват в общ клъстер. На втора стъпка по формула (2.3) се изчисляват всички разстояния между получените 9 клъстера. Най-близките 2 клъстера се обединяват в един клъстер и т.н. Процедурата по окрупняване продължава. На 10-та стъпка биха се обединили всички в един клъстер. Един от възможните начини за определяне на оптималния брой клъстери е използването на дендрограмата. За разглеждания случай 1 тя е дадена на фиг. 2.1.



Фиг. 2.1. Дендрограма на 10 независими параметри, по метода на най-близкия съсед.

Анализът на получените резултати показва, че е най-подходящо групиране на независимите величини в 3 клъстера в първата група попадат величините D , dr , L , Pin , $PH2$ и C . Във втора и група величините PL , Prf и Pne и в трета - Tr . Всеки един клъстер представлява нова фиктивна независима макропроменлива. По - малкият брой от новите

независими променливи е по-благоприятен за провеждането на експериментални изследвания, защото позволява след общ анализ на резултатите от класификационния анализ да се намали времето и разходите по експериментирането. Увеличаването на броя на клъстерите позволява по-детайлно да се изследва сложната природа на физическите процеси в лазерната среда. Клъстерният анализ е първата (но не единствена) стъпка в класификационната техника.

Случай 2. Приложение на метода на свързване на най-близкия съсед (Nearest Neighbour (Single Linkage) Method) за 10 независими величини и зависимата изходна величина лазерна ефективност *Eff*.

Пет от независимите величини оказват съществено влияние на лазерната ефективност *Eff*: *L*, *dr*, *Pin*, *PH2* и *D*. Подреждането е по степен на близост, с възходящ порядък на разстоянието до *Eff*. Получената матрица за близост на 11 величини е показана на Табл. 2.4.

Таблица 2.4. Матрица на близост за 10-те входни променливи и *Eff*, с квадрат на евклидовото разстояние.

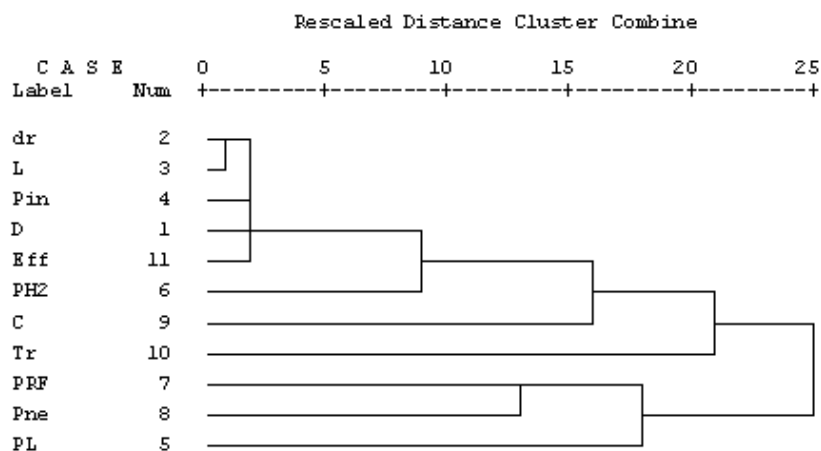
	D	dr	L	Pin	PL	PH2	PRF	Pne	C	Tr	Eff
D	0	44.2	92.9	109.4	462.1	221.5	314.7	370.7	179.9	273.5	119.1
dr	44.2	0	28.7	44.9	460.2	193.6	337.9	355.7	196.4	243.9	73.4
L	92.9	28.7	0	42.2	512.0	145.9	348.2	337.0	233.4	275.0	46.9
Pin	109.4	44.9	42.2	0	396.6	190.1	340.6	327.4	208.1	276.6	91.0
PL	462.1	460.2	512.0	396.6	0	430.8	255.9	206.7	352.2	300.0	492.7
PH2	221.5	193.6	145.9	190.1	430.8	0	344.3	316.6	322.3	381.7	118.8
PRF	314.7	337.9	348.2	340.6	255.9	344.3	0	151.7	322.8	279.7	373.4
Pne	370.7	355.7	337.0	327.4	206.7	316.6	151.7	0	391.7	291.1	381.9
C	179.9	196.4	233.4	208.1	352.2	322.3	322.8	391.7	0	231.3	246.4
Tr	273.5	243.9	275.0	276.6	300.0	381.7	279.7	291.1	231.3	0	338.6
Eff	119.1	73.4	46.9	91.0	492.7	118.9	373.4	381.9	246.4	338.6	0

Подобни важни за работата на лазерния източник резултати могат да бъдат получени единствено с методите на клъстерния анализ.

На дендрограмата от фиг. 2.2. визуално е показано взаимното разположение на всичките 11 величини. От нея също могат да се формулират всичките направени досега изводи.

* * * * * H I E R A R C H I C A L C L U S T E R A N A L Y S I S * * * * *

Dendrogram using Single Linkage



Фиг. 2.2. Дендрограма на 10 независими параметри с включена зависима величина лазерна ефективност (*Eff*), получена по метода на най-близкия съсед.

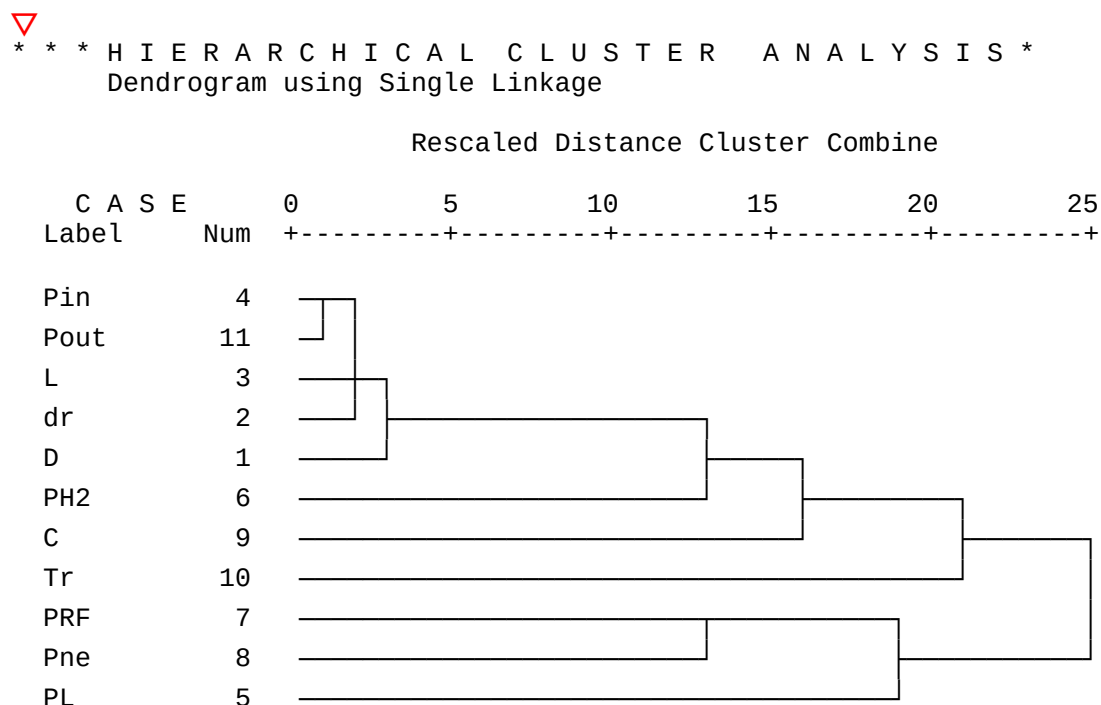
Случай 5. Приложение на метода на свързване на най-близкия съсед (Nearest Neighbour (Single Linkage) Method) за 10 независими величини и зависимата величина изходна лазерна мощност P_{out} .

Таблица 2.8. Матрица на близост за 10 входни променливи и изходната лазерна мощност P_{out} , с квадрат на евклидово разстояние.

	D	dr	L	Pin	PL	PH2	PRF	Pne	C	Tr	Pout
D	0	44.2	92.9	109.4	462.1	221.5	314.7	370.7	179.9	273.5	102.8
dr	44.2	0	28.7	44.9	460.2	193.6	337.9	355.7	196.4	243.9	35.5
L	92.9	28.7	0	42.2	512.0	145.9	348.2	337.0	233.4	275.0	25.9
Pin	109.4	44.9	42.2	0	396.6	190.1	340.6	327.4	208.1	276.6	13.9
PL	462.1	460.2	512.0	396.6	0	430.8	255.9	206.7	352.2	300.0	433.3
PH2	221.5	193.6	145.9	190.1	430.8	0	344.3	316.6	322.3	381.7	163.8
PRF	314.7	337.9	348.2	340.6	255.9	344.3	0	151.7	322.8	279.7	353.0
Pne	370.7	355.7	337.0	327.4	206.7	316.6	151.7	0	391.7	291.1	339.0
C	179.9	196.4	233.4	208.1	352.2	322.3	322.8	391.7	0	231.3	228.1
Tr	273.5	243.9	275.0	276.6	300.0	381.7	279.73	291.1	231.3	0	288.7
Pout	102.8	35.5	25.9	13.8	433.3	163.8	353.0	339.0	228.1	288.7	0

Отново на преден план като съществени за P_{out} излизат същите независими величини, но подредени по различен начин: Pin , L , dr , D и $PH2$. Подреждането отново е направено по степен на близост до P_{out} , с нарастваща скала на разстоянието до P_{out} . Причината за това различие в подреждането на тези величини спрямо F_{ff} и P_{out} трябва да търсим в сложната природа на физическите процеси на активната лазерна среда и нееднаквото влияние на съществените независими величини на изходните параметри върху Eff и P_{out} съответно.

На дендрограмата от фиг. 2.5. визуално е показано разположение на 10-те независими величини и величината P_{out} . Получената дендрограма потвърждава направените изводи.



Фиг. 2.5. Дендрограма на 10 независими параметри с включена зависима величина изходна лазерна мощност (P_{out}), получена по метода на най-близкия съсед.

Анализ и физическа интерпретация на получените резултати от кълстерния анализ

Една от особеностите на феноменологичния подход, към който спада и кълстерния анализ е, че отсъстват формални показатели, които позволяват да се обяснят получените резултати. Феноменологичният подход разглежда системата като непрекъсната среда, без да се интересува от нейната вътрешна структура и процесите, които произтичат в нея. По тази причина всички получени резултати подлежат на някакво тълкуване, което да ги обясни от позицията на предполагаемите процеси, произтичащи в средата.

А) Най-важният резултат от направения кълстерен анализ е, че от общо 10 независими величини (от които 9 са реални величини), са отделени по критерия за близост 5 величини, P_{in} , L , dr , D и P_{H2} , които оказват съществено влияние на лазерната ефективност и мощност. Това значително може да спести време и средства при провеждане на експериментални изследвания. Останалите независими величини - C , P_{rf} , P_{ne} и T_g , трябва да заемат стойности в рамките на експериментално установените, които можем да приемем за оптимални. Промяната на тези величини в рамките на установените интервали няма да доведе до съществено изменение на P_{out} и Eff и по този начин те могат да останат фиксирани и да не са предмет на експериментално изследване.

Б) Групирането на реалните физични независими величини в кълстерни групи позволява да се намали броя на независимите величини, като те бъдат заменени с фиктивни такива. Във всеки един кълстер величините са близки, сходни по между си. По отношение на величините, влизащи в различни кълстери такава близост отсъства. Наличието на близост между величините в даден кълстер предполага наличието на тясна зависимост между тях. Следователно, при провеждане на експериментални изследвания величините, класифицирани в общ кълстер трябва да се променят едновременно. Това значително ще намали количеството на експерименталните изследвания. Предположението за корелация между близките величини във всеки един кълстер трябва да бъде потвърдено от последващите статистически изследвания.

В) Влиянието на 5 значими величини на лазерната ефективност и мощност не е еднозначно. На лазерната ефективност най-силно е влиянието на геометричните характеристики- L , dr , D и едва след това P_{in} . Ефективността се определя от оптималните показатели на газовия разряд- оптимално значение на надлъжното и напречно електрично поле ($E_1 = U_1 / L$; $E_2 = U_2 / D$), оптимална стойност на температурата на неутралния газ, което предполага оптимална стойност на обемната плътност на подаваната електрическа мощност ($q_v = P_{el} / V$). Както се вижда, навсякъде се явяват геометрични характеристики на лазерната тръба. Тъй като лазерните източници не са предмет на масово производство, величината лазерна ефективност като че ли е подценявана при разработването на нови такива. Трябва да отбележим, че тази величина оказва съществено влияние на други две важни изходни характеристики на лазерното изделие- физически срок на служба на лазерната тръба и спад на лазерната генерация във времето. Лазерна тръба, която е конструирана да работи в режим на максимална ефективност, живее по-дълго и дава стабилна лазерна генерация по-дълго време.

Г) По друг начин е влиянието на значимите физически величини на изходната лазерна мощност P_{out} . На първо място тук е влиянието на подаваната електрическа мощност P_{in} . И това не е случайно. По-високата приложена електрическа мощност означава по-висока енергия на електроните и по-ефективно заселване на горното лазерно ниво. Това увеличава лазерната генерация. Разбира се, подаваната електрическа мощност е лимитирана отгоре. При преминаване на определена прагова мощност настъпват сериозни и необратими термийонизационни процеси на неустойчивост на газовия разряд и процеси на термичнохимична деградация на лазерната среда. Независимо от тези ограничения кълстерния анализ дава важен съвет- искате ли лазерен източник с по-висока изходна мощност, пригответе най-напред по-мощно захранващо устройство.

Факторен анализ

Факторният анализ е статистическа процедура, с помощта на която голямо количество променливи, отнасящи се към наблюдения обект, се свеждат до по-малко количество независими изкуствени величини, наречени фактори. При това в един фактор се обединяват променливи, които силно корелират помежду си. Променливите от различните фактори слабо корелират помежду си.

Факторен анализ на лазерната ефективност

Следващите резултати са публикувани в [75]. Таблица 2.19 представлява корелационната матрица, която показва корелацията (зависимостта) между всяки две от 10-те независими величини и зависимата величина Eff.

Табл. 2.19. Корелационна матрица за 10 независими величини и зависимата величина лазерна ефективност Eff. Детерминанта = 2.48E-006.

		D	dr	L	Pin	PL	PH2	PRF	Pne	C	Tr	Eff
Cor rela tion	D	1	0.847	0.693	0.636	-0.573	0.279	-0.055	-0.238	0.386	0.080	0.604
	dr	0.847	1	0.899	0.847	-0.549	0.352	-0.131	-0.189	0.333	0.177	0.761
	L	0.693	0.899	1	0.861	-0.716	0.503	-0.165	-0.128	0.212	0.076	0.836
	Pin	0.636	0.847	0.861	1	-0.343	0.359	-0.140	-0.097	0.295	0.070	0.700
	PL	-0.573	-0.549	-0.716	-0.343	1	-0.452	0.139	0.314	-0.186	0.004	-0.648
	PH2	0.279	0.352	0.503	0.359	-0.452	1	-0.148	-0.059	-0.078	-0.267	0.561
	PRF	-0.055	-0.131	-0.165	-0.140	0.139	-0.148	1	0.491	-0.083	0.061	-0.245
	Pne	-0.238	-0.189	-0.128	-0.097	0.314	-0.059	0.491	1	-0.315	0.023	-0.273
	C	0.386	0.333	0.212	0.295	-0.186	-0.078	-0.083	-0.315	1	0.224	0.168
	Tr	0.080	0.177	0.076	0.070	0.004	-0.267	0.061	0.023	0.224	1	-0.132
	Eff	0.604	0.761	0.836	0.700	-0.648	0.561	-0.245	-0.273	0.168	-0.132	1
Pout	0.638	0.861	0.895	0.934	-0.444	0.429	-0.184	-0.137	0.235	0.031	0.829	

Корелационните коефициенти на Eff с променливите Prf, Pne, C и Tr са под 0,3 т.е. между всяка от тях и ефективността няма корелационна зависимост. Също така и коефициентите им спрямо всички останали променливи са по абсолютна стойност под 0,5 т.е. показват слаба корелация. По-нататък променливите Prf, Pne, C и Tr не следва да се включват в статистическите разглеждания. Изходната мощност Eff е зависима изходна променлива, поради което също се отстранява. Така във факторния (и регресионния) анализ ще вземат участие само променливите D, dring, L, Pin, PL и PH2. Те имат корелационни коефициенти с EFF, съответно: 0.604; 0.761; 0.836; 0.700; -0.648 и 0.561.

Друг основен момент е проверката за адекватност на факторния анализ. За тестът на Kaiser-Meyer-Olkin (КМО) е изпълнено условието $0.551 > 0.5$. Тестът за сферичност на Bartlett има ниво на значимост $(\text{Sig.}) = 0 < 0.05$. От тук следва, че ФА е адекватен и може да се проведе.

В следващия етап се прилага методът на главните елементи (Principal component analysis), за да се определи броят на основните фактори. Ние сме подбрали три фактора, които обясняват общо 92.914% от данните.

Въртенето на факторите е извършено с метода Varimax. Резултатите са представени на Табл. 2.21. Ясно се очертава, че върху първия фактор най-силно влияние оказват променливите Pin, dring, L и D със съответни тегла 0.946, 0.902, 0.790 и 0.728. Вторият фактор се описва от променливата PL с тегло -0.909, а в третия фактор преобладава PH2 с тегло 0.944. Ще добавим, че сме провели въртене на факторите с всичките седем налични метода в SPSS, но получихме същия тип резултати. В Табл.2.21 са отстранени всички факторни тегла под 0.5 (празни полета). Бе проведен и пост анализ чрез reproduced correlations и други оценки на грешката на факторния анализ.

Накрая се изчисляват факторните тегла за формиране на факторните променливи, които се използват като променливи в следващи анализи.

Съгласно установената методика на факторния анализ участващите 6 величини са систематизирани в 3 групи (фактора) - табл. 2.21. В първата група (фактор F1) влизат величините D, dring, L, Pin. Този фактор има смесена размерност (геометрия и мощност). Във втората и третата група (фактори F2 и F3) влизат респективно величините PL и PH2.

Табл. 2.21. Класифициране на 6 значими величини по фактори – завъртяна матрица.

	Фактори		
	1	2	3
Pin	0.946		
dr	0.902		
L	0.790		
D	0.728		
PL		-0.909	
PH2			0.944

Следвайки предишната последователност, най-напред се изчислява корелационната матрица на стандартизираните данни и се определя корелацията между всеки две променливи. На табл. 2.22 е приведена получената корелационна матрица.

В реда на Pout се вижда, че първите 6 променливи D, dr, L, Pin, PL и PH2 също така, както и за Eff, силно корелират с мощността Pout и помежду си, а последните четири имат много слаба корелация с Pout и с първите шест (под 0.3 по абсолютна стойност). Съгласно правилата на факторния анализ такива променливи трябва да бъдат отстранени. По тази причина по-нататък в изследването отново ще се използват само първите 6 променливи D, dr, L, Pin, PL и PH2.

Табл. 2.22. Корелационна матрица за 10 независими величини и зависимата величина лазерна ефективност Pout. Детерминанта = 4.96E-006.

		D	dr	L	Pin	PL	PH2	PRF	Pne	C	Tr	Pout
Cor rela tion	D	1	0.852	0.688	0.633	-0.559	0.257	-0.056	-0.244	0.396	0.082	0.655
	dr	0.852	1	0.904	0.849	-0.543	0.350	-0.134	-0.194	0.341	0.181	0.881
	L	0.688	0.904	1	0.858	-0.713	0.510	-0.168	-0.131	0.217	0.077	0.913
	Pin	0.633	0.849	0.858	1	-0.330	0.362	-0.143	-0.099	0.302	0.072	0.954
	PL	-0.559	-0.543	-0.713	-0.330	1	-0.444	-0.142	0.320	-0.190	0.004	-0.452
	PH2	0.257	0.350	0.510	0.362	-0.444	1	0.155	-0.062	-0.081	-0.281	0.451
	PRF	-0.056	-0.134	-0.168	-0.143	0.142	-0.155	1	0.491	-0.083	0.061	-0.184
	Pne	-0.244	-0.194	-0.131	-0.099	0.320	-0.062	0.491	1	-0.315	0.023	-0.137
	C	0.396	0.341	0.217	0.302	-0.190	-0.081	-0.083	-0.315	1	0.224	0.235
	Tr	0.082	0.181	0.077	0.072	0.004	-0.281	0.061	0.023	0.224	1	0.031
	Pout	0.655	0.881	0.913	0.954	-0.452	0.451	-0.184	-0.137	0.235	0.031	1

Друг основен момент е проверката за адекватност на факторния анализ. В нашето изследване е приложен методът на Кайзер-Мейер-Олкин – мярка за адекватност на извадката и Бартлет теста за сферичност при ниво на значимост $\alpha = 0.05$. За избраните променливи D, dr, L, Pin, PL и PH2 техните стойности са съответно: КМО test = 0.547 > 0.5, Bartlett's test = 55 и Sig. = .000, следователно за дадената извадка от данни ФА може да бъде проведен.

За определяне броя на факторите тук отново се използва методът на главните елементи (Principal component analysis). В нашия случай, където данните описват силно взаимозависимите параметри на лазерната система, е подходящо да се избира брой

фактори, които описват голям процент от данните. По тази причина ние сме подбрали три фактора, които за представяната извадка обясняват общо 93 % от данните.

Извличането на факторите е проведено с метода на главните елементи, а последващото въртене - с Варимакс метод. Резултатите за 6 значими величини са представени в Табл.2.25.

Таб.2.25. Класифициране на 6 значими величини по фактори по завъртяната матрица.

	Фактори		
	1	2	3
Pin	0.941		
dr	0.909		
L	0.788		
D	0.746		
PL		-0.912	
PH2			0.942

Ясно се очертава, че в първия фактор влизат променливите *Pin*, *dr*, *L* и *D* със съответни тегла 0.941, 0.909, 0.788 и 0.746. Вторият фактор се описва от променливата *PL* с тегло (-0.912), а в третия фактор преобладава *PH2* с тегло 0.942. Ще добавим, че сме провели въртене на факторите с всичките седем налични метода в SPSS, но получихме същия тип резултати. Бе проведен и пост анализ и други оценки на грешката на факторния анализ и се установи статистическата им валидност.

Анализ на получените резултати от факторния анализ. Сравнение с резултатите от клъстерния анализ

Групирането на 6-те независими величини е извършено в 3 фактора. В първия фактор и в двата случая (за *Eff* и *Pout*) са групирани величините *Pin*, *dr*, *L* и *D*. Това са величините, които имат най-силна корелация помежду си.

Групирането на 6-те величини в 3 фактора позволява да се намалят реалните променливи, като се заменят с 3 фиктивни променливи (фактори). Всички величини, които са групирани в отделен фактор, трябва да се променят едновременно. В конкретния случай в първия фактор са групирани променливите *Pin*, *dr*, *L* и *D*. Това изисква при бъдещи експерименти те да се променят едновременно, в посока на тяхното увеличаване. Величината *PL* в групирана в отделен фактор- *F2* и има отново отрицателен знак, т.е. увеличаването на *Eff* и *Pout* е свързано с намаляване на *PL*. Величините *Pin* и *L* трябва така да нарастват, че *PL* да бъде намаляща функция. Следователно дължината *L* трябва да нараства с по-голяма степен, отколкото нарастването на величината *Pin*, така, че $PL = Pin/L$ да е намаляща функция.

Величината *PH2* е групирана в отделен фактор. Тя не корелира с останалите величини и има самостоятелно влияние на лазерната ефективност и лазерна мощност. Това означава, че геометричният дизайн и подаваната електрическа мощност в бъдещи лазерни източници могат да бъдат определяни независимо от съдържанието на водорода. За всяка създадена тръба той допълнително се определя еднозначно в процеса на експериментирането.

За 4 величини –*Pne*, *PRF*, *C* и *Tr* е получено, че те не оказват съществено влияние на величината *Eff* и *Pout*. Това означава, че в бъдещи експерименти тези величини трябва да се задават във вече установените от експеримента оптимални стойности и с тях не е необходимо да се извършват нови експерименти.

Резултатите от факторния анализ показаха, че лазерната мощност *Pout* и лазерната ефективност *Eff* зависят непосредствено от 6 независими величини- *Pin*, *dr*, *L*, *D*, *PL* и *PH2*. Порядъкът на въздействие на тези величини на *Pout* и *Eff* е различен. Съгласно корелационната матрица, Табл. 2.19, влиянието на 6 значими величини на *Eff* в низходящ

ред е следният: L , dr , Pin , PL , D и $PH2$. За величината P_{out} , съгласно Табл. 2.22, подреждането на същите величини в низходящ ред е Pin , L , dr , D , PL и $PH2$. Тези резултати показват дълбокото различие във физическата същност на тези две величини и различните процеси при тяхното повишаване.

Ако сравним резултатите, получени от клъстерния анализ, ще получим почти пълно съвпадение с по-горе получените резултати. На величината Eff в низходящ ред влияят 5 основни величини: L , dr , Pin , $PH2$ и D . За P_{out} съответно това са Pin , L , dr , D и $PH2$. Получените резултати потвърждават валидността както на клъстерния анализ, така и на факторния анализ и позволяват да се сложи знак за съвпадение на понятието „близост” от клъстерния анализ с понятието „корелация” от факторния анализ.

Многомерен регресионен анализ

Обща характеристика

Регресионният анализ е статистически метод на изследване влиянието на една или няколко независими величини $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ на една (или повече) независимата променлива y . Тук отново ще отбележим, че независимите променливи се наричат още регресори или предиктори, а зависимите – критериални или отклик. Многомерният регресионен анализ (РА) има голямо приложение в различни области [97,102].

Целта на РА е да се определи степента на детерминираност на вариациите на зависимата променлива от предикторите, да се предсказват нови значения на зависимата променлива от зависимите и да се определи относителното влияние на отделните предиктори в поведението на зависимата променлива.

Необходимо е намиране на функционална зависимост от вида:

$$\hat{y} = f(x_1, x_2, \dots, x_p; a_1, a_2, \dots, a_m), \quad (2.6)$$

която изразява влиянието на отделните независими променливи върху зависимата. Уравнението (2.6) се нарича регресионен модел или уравнение на регресия на y относно $x_1, x_2, \dots, x_n$, а $a_1, a_2, \dots, a_m$ са коефициентите (параметрите) на регресия, подлежащи на определяне.

Регресионното уравнение може да бъде линейно или нелинейно. Когато взаимното разпределение на всички променливи е нормално, регресионното уравнение е линейно относно коефициентите на регресия и приема вида:

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_{i1} + b_2 x_{i2} + \dots + b_p x_{ip} + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2.7)$$

с коефициенти $b = (b_0, b_1, \dots, b_p)$ и $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)$ – грешки на регресия.

За изчисляване на коефициентите на линейна регресия се използват голям брой методи, които са модификации на метода на най-малките квадрати. Ще споменем без да описваме подробно следните методи, използвани в този труд: линейна регресия, стъпкова регресия, обратно стъпкова регресия, регресия с главните елементи.

Регресионен анализ с главните елементи

В основата на този параграф е публикация [74].

Получените резултати от параграф 2.5.6.1 показват, че единствено възможен линеен параметричен регресионен модел е този с независими величини факторите от проведения ФА. Да припомним още веднаж, че съгласно изискванията на ФА независимите реални физични величини се групират, като във всеки фактор те трябва силно да корелират по между си и слабо да корелират с величините, групирани в други фактори. По този начин получаваме нови независими величини (фактори), които са независими и ортогонални по между си и могат да се използват за построяване на регресионни модели и уравнения. Регресионното уравнение ще го търсим във вида $P_{out} \approx a_1 F_1 + a_2 F_2 + a_3 F_3 + a_0$.

Получените резултати са показани на следващите две таблици- 2.28 и 2.29. От Табл.2.28 веднага става ясно, че проведения ФА е статистически надежден, тъй като нивото на значимост (Sig.) е нула. Същото се отнася и за нивата значимост на коефициентите на регресионните уравнения, Табл.2.29.

Табл. 2.28. Статистически резултати от проведения регресионен анализ (ANOVA)

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	110423.455	3	36807.818	551.848	0.000(a)
	Residual	9738.089	146	66.699		
	Total	120161.544	149			

a Predictors: (Constant), F3, F2, F1. Dependent Variable: Pout

Табл. 2.29. Статистически резултати от проведения регресионен анализ^a.

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	26.769	0.662		40.434	0.000
	F 1	25.379	0.664	0.894	38.206	0.000
	F2	3.805	0.664	0.134	5.728	0.000
	F3	9.136	0.664	0.322	13.754	0.000

^a Dependent Variable: Pout

Линейните зависимости, съответно за изходната мощност P_{out} и стандартизираната й променлива $\overline{P_{out}}$, са:

$$P_{out} \approx 25.379F_1 + 3.805F_2 + 9.136F_3 + 26.769, \quad (2.8)$$

$$\overline{P_{out}} \approx 0.894F_1 + 0.134F_2 + 0.322F_3. \quad (2.9)$$

Уравнение (2.8) позволява да се провежда предсказване на изходната лазерна мощност. В уравнение 2.9 всички величини са обезразмерени (стандартизирани). В случая то може да се използва само за качествен анализ. Коефициентите пред всеки един от факторите показва тяхната тежест в поведението на зависимата величина, в случая изходната лазерна мощност P_{out} . Следователно с най-голяма тежест и значение в поведението на лазерния източник има първият фактор F_1 и влизащите в него реални физични величини P_{in} , L , dr и D . На второ място по значимост е F_2 с величината $PH2$. Получаването на подобни резултати е единствено възможно със съвместното прилагане на ФА и РА и се потвърждават от резултатите от клъстерния анализ, дендрограмата на фиг.2.5.

Следващата стъпка е проверка адекватността на уравнение 2.8. За тази цел е необходимо да се изчислят (предскажат) вече известни експериментални резултати. Част от получените резултати са показани в Табл. 2.30.

Табл.2.30. Проверка на адекватността на проведения регресионен анализ.

	Pin, KW	L, cm	D, mm	dr, mm	PL, W/cm	PH2, Torr	Pout, W	PoutPre, W	δ , %
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1.2	50	40	20	12.00	0.3	10.5	11.1	5.4
2	1.4	120	40	20	5.80	0.6	23	21	8.5
3	4.5	200	58	58	11.25	0.6	100	96.4	3.6
4	5	200	58	58	12.50	0.6	102	96.4	2.6
5	4	200	58	58	10.00	0.5	104	88.2	15.2
6	4.5	200	58	58	11.25	0.5	112	96.4	13.9
7	5	200	58	58	12.50	0.6	120	105	12.5

В колони 8, 9 и 10 са показани последователно P_{out} съгласно експеримента, предсказаната стойност P_{outPre} съгласно уравнение 2.9 и относителната грешка в %. Резултатите показват, че уравнение 2.9 сравнително добре предсказва резултатите за P_{out} до 100 W. Относителната грешка не надхвърля 10%. Над 100 W относителната грешка нараства и е в рамките на 14-15 %. Причината за това е, че разпределението на данните се отличава от нормалното. Максимумът на разпределението е в посока на по-малките изходни мощности, фиг.2.8 и по тази причина за тези мощности резултатите са по-точни.

Следващата стъпка е да предскажем нови стойности за P_{out} , които експериментално не са получени. Процедурата е малко усложнена, тъй като изисква последователното използване на ФА и РА анализ. Към първоначалните 150 реда от данни добавяме последователно нов ред с 6 нови значения на независимите величини D , dr , L , Pin , PL и $PH2$. Спазваме изискването реалните физични величини D , dr , L , Pin , и $PH2$ да нарастват, а величината PL да намалява. Мястото за P_{out} оставяме празно. След това с ФА се определят новите факторни тегла. С помощта на РА се изчислява новата стойност на P_{outPre} . Получените резултати са показани в Табл. 2.31, колони 2-9.

Табл.2.31. Резултати от определяне на новите стойности на P_{outPre} .

	Pin, KW	L, cm	D, mm	dr, mm	PL, W/cm	PH2, Torr	P_{outPre} , W
1	2	3	4	5	6	7	9
1	5.10	205	58	58	12.44	0.60	123.0
2	5.20	210	60	58	12.38	0.60	125.3
3	5.30	215	62	60	12.33	0.65	129.9
4	5.40	220	65	62	12.27	0.65	135.5
5	5.40	225	70	68	12.00	0.70	142.4
6	5.35	230	72	70	11.96	0.70	145.8

Получените резултати от ФА и РА показват, че точността в предсказване на изходната лазерна мощност не е голяма, в рамките на 13 -15 %. Развитият линейен параметричен модел не може да бъде подобрен. Причините трябва да търсим в сложността на физическите процеси в лазерната тръба и най-вече в нелинейния характер на взаимодействие на независимите параметри с изходната лазерна мощност и ефективност. Повишаване на точността може да бъде постигнато с развитието на нелинейни параметрични модели.

Линеен параметричен модел за лазерната ефективност на CuBr лазер

В основата на този параграф е публикация [75].

Стартираме процедурата за РА, като отваряме диалоговия прозорец *Analyze/Regression/ Linear*. В прозореца *Dependent* поставяме величината Eff , а в *Independent(s)-* величините F_1 , F_2 , F_3 .

За нашите данни бяха използвани три модела на множествен регресионен анализ: линейен, стъпков и обратен стъпков модел. За линейния регресионен модел с фактори F_1 , F_2 и F_3 получихме резултатите, показани в Табл. 2.32. Почти същите резултати се получават и при другите видове регресия.

Намерените линейни зависимости, съответно за ефективността Eff и стандартизираната й променлива $\overline{Eff}$, са:

$$Eff \approx 0.475F_1 + 0.308F_2 + 0.316F_3 + 1.333, \quad (2.10)$$

$$\overline{Eff} \approx 0.623F_1 + 0.404F_2 + 0.414F_3. \quad (2.11)$$

Следва да се отбележат получените нива на значимост, съответно 0.032 и 0.000. Проведената ANOVA със Sig. F = 0.000, R=0.850, Rsquare=0.723 и Std. Error of the Estimate =0.405 потвърдиха адекватността на линейните зависимости (2.10)-(2.11).

Отново, по аналогия с РА за P_{out} , уравнение 2.11 позволява да се определи тежестта на факторите и независимите променливи, влизащи в тях. Отново най-силно влияние на лазерната ефективност оказва първият фактор F1 с величините, влизащи в него: D , dr , L и Pin . Степента на влияние на всяка една от тях е в различен ред: L , dr , Pin и D . Това следва от корелационната матрица, Табл. 2.19.

Табл.2.32. Статистически резултати от проведения регресионен анализ ^a.

	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
	B	Std. Error	Beta		
(Constant)	1.333	0.032		41.141	0.000
F1	0.475	0.032	0.623	14.619	0.000
F2	0.308	0.032	0.404	9.473	0.000
F3	0.316	0.032	0.414	9.721	0.000

^a Dependent Variable: Eff

В този параграф отново трябва да повторим по-рано направените заключения. Линейните параметрични модели позволяват най-общо да се оцени влиянието на независимите променливи на изходните величини. Те не са напълно подходящи за провеждането на по-прецизни инженерно-технически изчисления, които могат да служат като база за конструктивни решения. Причината за това е сериозната грешка, която се натрупва поради опростеното линейно разглеждане на сложната физическа природа, която има силно изразен нелинеен характер. По тази причина предсказване на лазерната ефективност с уравнение (2.10) няма да бъде направено.

Глава 3. Нелинейни полиномни параметрични модели на CuBr лазер

В дисертационният труд са развити 3 нелинейни полиномни модела от втора степен за изходната лазерна мощност P_{out} . Тук ще представим само модел 3, който има най-добри статистически показатели и с най-голяма точност предсказва вече известни експериментални резултати.

Нелинеен модел № 3 за P_{out} с 381 данни

Резултатите в този параграф са публикувани в [110].

До този момент няма изследвания за възможните нелинейни полиномни зависимости в явен вид за изходната лазерна мощност и ефективност. Направените в този параграф компютърни симулации и анализи са оригинални и се правят за първи път. Зависимостите ще търсим в общ вид, като за P_{out} това може да бъде от типа:

$$\begin{aligned}
 \hat{P}_{out} = & a_0 + a_1 D + a_2 dr + a_3 L + a_4 Pin + a_5 PL + a_6 P_{H2} + a_7 PRF + a_8 Pne + a_9 C + a_{10} Tr \\
 & + a_{11} D.dr + a_{12} D.L + a_{13} D.Pin + a_{14} D.PL + a_{15} D.P_{H2} + a_{16} D.PRF + a_{17} D.Pne \\
 & + a_{18} D.C + a_{19} D.Tr + a_{20} dr.L + a_{21} dr.Pin + a_{22} dr.PL + a_{23} dr.P_{H2} + a_{24} dr.PRF \\
 & + a_{25} dr.Pne + a_{26} dr.C + a_{27} dr.Tr + a_{28} L.Pin + a_{29} L.PL + a_{30} L.P_{H2} + a_{31} L.PRF \\
 & + a_{32} L.Pne + a_{33} L.C + a_{34} L.Tr + a_{35} Pin.PL + a_{36} Pin.P_{H2} + a_{37} Pin.PRF + a_{38} Pin.Pne \\
 & + a_{39} Pin.C + a_{40} Pin.Tr + a_{41} PL.P_{H2} + a_{42} PL.PRF + a_{43} PL.Pne + a_{44} PL.C + a_{45} PL.Tr \\
 & + a_{46} P_{H2}.PRF + a_{47} P_{H2}.Pne + a_{48} P_{H2}.C + a_{49} P_{H2}.Tr + a_{50} PRF.Pne + a_{51} PRF.C \\
 & + a_{52} PRF.Tr + a_{53} Pne.C + a_{54} Pne.Tr + a_{55} C.Tr + a_{56} D^2 + a_{57} dr^2 + a_{58} L^2 \\
 & + a_{59} Pin^2 + a_{60} PL^2 + a_{61} P_{H2}^2 + a_{62} PRF^2 + a_{63} Pne^2 + a_{64} C^2 + a_{65} Tr^2
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

В (3.3) са включени всичките 10 величини като членове от първа степен и всички възможни комбинации от втори клас с повторение. Необходимо е да бъдат определени общо 66 неизвестни коефициенти $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{65}$. От всички неизвестни коефициенти трябва да изберем само тези, които са статистически значими, в частност с ниво на значимост $\text{Sig.} < 0.05$.

За тази цел в диалоговия прозорец на програмния продукт SPSS: Analyze/Regression/ Linear заменяме с обратна регресия (Backward). Целта е полученото регресионно уравнение да обхваща повече реални физични величини и да има максимално добри статистически показатели. В този случай на всеки етап се проверява статистическата надеждност на всяко едно от събираемите в уравнение (3.3), като ненадеждните автоматически се отхвърлят. Получените резултати са показани в Табл.3.10. Коефициентите на регресионното уравнение са получени след извършването на 21 стъпки. За простота е показана само последната, 21 стъпка.

Табл.3.10. Значения на нестандартизирани и стандартизирани коефициенти на модел № 3 за Pout, проведен с метода наобратната (Backward) регресия.

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
	B	Std. Error	Beta		
21 (Constant)	-53.017	6.877		-7.710	.000
D_PH2	-.877	.218	-.344	-4.016	.000
dr_PL	-.042	.014	-.195	-2.947	.003
dr_PH2	2.066	.318	.860	6.490	.000
L_PL	.163	.012	2.866	13.184	.000
L_PRF	-.001	.000	-.025	-2.375	.018
L_C	-.180	.037	-.568	-4.922	.000
Pin_PL	-2.464	.540	-.945	-4.565	.000
Pin_PH2	-36.405	10.558	-.988	-3.448	.001
Pin_C	-7.682	2.202	-.485	-3.488	.001
PL_PH2	5.851	.773	.427	7.566	.000
C_Tr	.043	.003	.318	12.555	.000
Pin_2	2.161	.989	.424	2.186	.029
PH2_2	-48.181	11.069	-.216	-4.353	.000

a. Dependent Variable: Pout

Нестандартизираното регресионно уравнение има следния вид:

$$\begin{aligned} \hat{P}_{out} = & -53,017 - 0,877.D.PH2 - 0,042.dr.PL + 2,066.dr.PH2 + 0,163.L.PL \\ & - 0,001.L.PRF - 0,180.L.C - 2,464.Pin.PL - 36,405.Pin.PH2 \\ & - 7,682.Pin.C + 5,851.PL.PH2 + 0,043.C.Tr + 2,161.Pin^2 - 48,181.PH2^2 \end{aligned} \quad (3.8)$$

В уравнение (3.8) участват 9 независими величини: D, dr, L, Pin, PL, PH2, PRF, C и Tr. Не участва само величината Pне. Съответното стандартизирано уравнение има следния вид:

$$\begin{aligned} \bar{P}_{out} = & -0,344.D.PH2 - 0,195.dr.PL + 0,860.dr.PH2 + 2,866.L.PL \\ & - 0,025.L.PRF - 0,568.L.C - 0,945.Pin.PL - 0,988.Pin.PH2 - 0,485.Pin.C \\ & + 0,427.PL.PH2 + 0,318.C.Tr + 0,424.Pin^2 - 0,216.PH2^2 \end{aligned} \quad (3.9)$$

Тук е мястото да отбележим отново, че коефициентите в уравнение (3.9) показват относителното влияние на всяка двойка физични величини на P_{out} . Знакът пред тях показва посоката на влияние върху P_{out} - за нейното намаляване или увеличаване. В следващата Таб. 3.12 са сравнени статистически показатели на развитите модели 1, 2 и 3. Вижда се, че модел 3 има най-добри показатели.

Табл. 3.12. Сравнение на статистическите показатели между модели 1, 2 и 3 за P_{out} .

Модел	R	R Square	Std. Error of the Estimate
1	0.983	0.967	6.56416
2	0.986	0.973	5.93136
3	0.987	0.975	5.70455

На следващата Табл.3.13. са показани част от направените компютърни симулации на основата на уравнение (3.8) за известни експериментални резултати. Извършено е сравнение със съответните експериментални данни в областта на високите стойности на P_{out} . Средна относителна грешка е 5.74%, която е най-добрата от всички развити модели да този момент.

Табл. 3.13. Сравнение на стойностите на изходната лазерна мощност P_{out} , получени с уравнение (3.8) с тези от експеримента.

P_{out}, W	P_{outPre}, W	$\delta, \%$
108	112.5	4.22
110	105.1	4.4
112	105.0	6.3
112	105.1	6.2
112	104.8	6.4
118	112.4	4.7
120	112.3	6.4
120	112.1	6.6
120	112.2	6.5

В следващата Табл.3.14 са показани резултати, отнасящи се за нови лазерни източници. Извършена е частична оптимизация, като за сравнение със съществуващите експериментални данни геометричните размери не са променени.

Табл. 3.14. Предсказани стойности на „предполагам експеримент“ за модел № 2 с уравнение (3.8.)

D, mm	dr, mm	L, cm	Pin, kW	PL, W/cm	PH2, Torr	PRF, kHz	Pne, Torr	C, pF	Tr, K	P_{outPre}, W
58	58	205	5.1	12.43	0.55	17.0	20	1.31	490	117.9
58	58	210	5.2	12.38	0.54	16.5	20	1.32	490	122.2
58	58	215	5.3	12.32	0.53	16.0	20	1.33	490	126.6
58	58	220	5.4	12.27	0.52	15.5	20	1.34	490	131.0
58	58	225	5.5	12.22	0.51	15.0	20	1.35	490	135.5
58	58	230	5.6	12.17	0.50	14.5	20	1.36	490	140.1
58	58	235	5.7	12.12	0.49	14.0	20	1.37	490	144.8

Анализ на резултатите от моделите от втора степен за изходната лазерна мощност P_{out}

А) Получените регресионни уравнения силно зависят от статистическата извадка. Малка промяна на първоначалните величини променя съществено съответното регресионно уравнение.

Б) Търсенето на нелинейно решение на поставената задача показва, че в същност е възможно съществуването на повече от едно решение.

В) Изследване на поведението на изходната лазерна мощност с развитите нелинейни модели показва силна зависимост на P_{out} от първоначалните данни. Малки и несъществени промени на няколко независими величини (в рамките на грешката на измерителните прибори) поради тяхното сложно нелинейно взаимодействие с по между им, могат да доведат до значителни и често нежелани последствия в поведението на лазерния източник.

Нелинеен модел от втора степен с 381 данни на лазерната ефективност Eff [111]

Ще търсим нелинейно регресионно уравнение от втора степен за Eff от типа (3.3), като в дясната част P_{out} заменяме с Eff . В следващата таблица 3.17 са показани резултатите от проведения регресионен анализ. Отново, както и в модел 3, е използвана обратна регресия (Backward).

Табл.3.17. Значения на нестандартизирани и стандартизирани коефициенти за нелинеен модел от втора степен за Eff , проведен с метода на обратната (Backward) регресия.

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
	B	Std. Error	Beta		
19 (Constant)	-1.669	.942		-1.772	.077
Pin	.992	.135	2.810	7.363	.000
PL	-.290	.052	-1.657	-5.620	.000
Tr	.013	.004	.665	3.089	.002
dr_PL	.002	.000	.617	10.458	.000
dr_Pne	-4.0E-005	.000	-.052	-3.167	.002
L_C	-.011	.002	-2.823	-6.688	.000
Pin_C	.282	.075	1.434	3.773	.000
PL_C	-.098	.024	-1.749	-4.130	.000
PH2_Pne	-.010	.002	-.135	-4.766	.000
PH2_Tr	.003	.000	.724	11.167	.000
C_Tr	.003	.001	1.625	5.235	.000
D_2	-5.6E-005	.000	-.111	-1.951	.052
L_2	2.11E-005	.000	.835	3.523	.000
Pin_2	-.152	.016	-2.415	-9.261	.000
PL_2	.013	.002	1.527	6.105	.000
PH2_2	-1.583	.204	-.572	-7.743	.000
C_2	.049	.020	.287	2.382	.018
Tr_2	-1.6E-005	.000	-.796	-3.700	.000

a. Dependent Variable: Eff

Резултатите от регресионния анализ позволяват да се запише и нестандартизираното уравнение :

$$\begin{aligned}
 \hat{Eff} = & -1,669 + 0,992.Pin - 0,290.PL + 0,013.Tr + 0,002.dr.PL - 4.10^{-5}.dr.Pne \\
 & - 0,011.L.C + 0,282.Pin.C - 0,098.PL.C - 0,010.PH2.Pne + 0,003.PH2.Tr \\
 & + 0,003.C.Tr - 5,6.10^{-5}.D^2 + 2,11.10^{-5}.L^2 - 0,152.Pin^2 \\
 & + 0,013.PL^2 - 1,583.PH2^2 + 0,049.C^2 - 1,6.10^{-5}.Tr^2
 \end{aligned}
 \tag{3.11}$$

В уравнение (3.11) участват 9 от независимите величини: D , dr , L , Pin , PL , Pne , C , $PH2$ и Tr . Отсъства само величината PRF .

Стандартизираното уравнение има следния вид:

$$\begin{aligned} \bar{Eff} = & 2,810.Pin - 1,657.PL + 0,665.Tr + 0,617.dr.PL - 0,052.dr.Pne - 2,823.L.C \\ & + 1,434.Pin.C - 1,749.PL.C - 0,135.PH2.Pne + 0,724.PH2.Tr + 1,625.C.Tr - 0,111.D^2 \quad (3.12) \\ & + 0,835.L^2 - 2,415.Pin^2 + 1,527.PL^2 - 0,572.PH2^2 + 0,287.C^2 - 0,796.Tr^2 \end{aligned}$$

Още един път ще припомним, че коефициентите в уравнение (3.12) показват относителния дял на всяко едно събираемо на лазерната ефективност.

В следващата табл. 3.18 е направено сравнение с експериментално получените стойности за Eff и изчислените значения $EffPre$ с уравнение (3.12). В последната колона е показана относителната грешка в проценти за всеки ред.

Табл.3.18. Сравнение на стойностите на лазерната ефективност Eff , получени с уравнение (3.11) с тези от експеримента.

	Pout, W	Pin, KW	Eff, %	EffPre, %	Delta, %
	1	2	3	4	5
1	101	4.50	2.24	2.35	4.56
2	102	5.00	2.04	1.90	7.05
3	102	3.50	2.91	2.80	4.02
4	104	4.00	2.60	2.43	6.37
5	104	4.00	2.60	2.43	6.59
6	108	5.00	2.16	2.23	3.02
7	110	4.50	2.44	2.37	3.23
8	112	4.50	2.49	2.37	4.58
9	118	5.00	2.36	2.26	4.40
10	120	5.00	2.40	2.27	5.35
11	120	5.00	2.40	2.33	2.85
12	120	5.00	2.40	2.30	4.09

В областта на големите стойности на Eff средната относителна грешка е 4.68%. Статистическите показатели за надеждност и достоверност на направените изчисления са следните: $R=0.973$, $R^2=0.947$, Std. Error of the Estimate = 0.20973.

В следващата табл. 3.19 на основата на уравнение 3.11. са направени предвиждания за нови стойности на лазерната ефективност $EffPre$. На първият ред за сравнение е показан известен експериментален резултат с лазерна ефективност $Eff=2.4\%$. За простота геометричните параметри (D , dr и L) са фиксирани. На практика без промяна е и величината Tr . Величината PRF има фиксирана стойност, защото не участва в уравнение (3.11). От Табл.3.19 се вижда, че за нарастване на лазерната ефективност величините Pin , PL , $PH2$, Pne и C трябва да намаляват.

Табл.3.19. Предсказани стойности на „предполагам експеримент“ за нелинеен модел от втора степен за Eff с уравнение (3.11).

D, mm	dr, mm	L, cm	Pin, kW	PL W/cm	PH2, Torr	PRF, kHz	Pne, Torr	C, pF	Tr 0C	EffPre, %
58	58	200	5	12.500	0.60	17.5	20	1.3	490	2.40
58	58	200	4.90	12.250	0.50	17.5	20	1.3	490	2.59
58	58	200	4.90	12.250	0.50	18	20	1.3	490	2.65
58	58	200	4.80	12.000	0.47	18	18	1.3	490	2.72
58	58	200	4.80	12.000	0.47	19	18	1.2	490	2.92
58	58	200	4.80	12.000	0.46	19	17	1.1	490	3.05
58	58	200	4.75	11.875	0.46	20	17	1.1	490	3.16

Нелинейни параметрични модели от трета степен за CuBr лазер

В този параграф ще бъдат развити частични нелинейни модели от трета степен за лазерната мощност и ефективност. За да бъде развит пълен нелинеен модел от трета степен, е необходимо да се определят коефициентите на уравнение, което ще трябва да съдържа около 220 комбинации от трети ред, включително и тези с повторения. Поради особеността на програмния продукт SPSS е необходимо базата данни от 220 стълба предварително да бъде подготвена. Това прави тази задача трудна за решаване. За тази цел ще използваме частични нелинейни модели от трета степен, в които ще участват не всичките 220 нелинейни величини от трета степен, а само някои от тях. Остава открит въпроса как и по какъв случаен начин да бъдат избирани тези величини от трета степен, които ще участват в образуването на новото триизмерно регресионно уравнение. За да се премахне принципа на абсолютния случаен избор и да има някакъв системен подход при решаване на тази задача, ще използваме отново резултати, получени с програмния продукт MARS. Това е направено в параграф 3.4. Програмният продукт MARS (за разлика от SPSS) има опция за т.н. «най-добро решение». При зададени определен брой базисни функции и зададена степен на нелинейност, MARS търси най-доброто решение, като проверява всички възможни комбинации.

Частичен нелинеен модел № 4 от трета степен за изходната лазерна мощност P_{out}

Създаденият най-добър непараметричен модел от трета степен за P_{out} с MARS съдържа общо 45 базисни функции от първа, втора и трета степен. За тази цел е било достатъчно да участват само 8 независими величини: Pin , C , PRF , PL , dr , $PH2$, Tr и Pne . Величините D и L са отпаднали от модела. В тези 45 базисни функции има само три величини от трета степен: $\{PL, C, Pin\}$, $\{PRF, Tr, PH2\}$ и $\{PRF, C, Pin\}$. Тъй като MARS моделът изключва повторения, към тях добавяме всяка една от 10 независими величини на трета степен. Регресионното уравнение от трета степен за P_{out} се получава от уравнение (3.3), като в дясната му част добавяме по-горните величини от трета степен. В кратък вариант уравнението има следния вид:

$$\begin{aligned} \hat{P}_{out} = & \text{дясна част ур. (3.3)} + a_{66}.PL.C.Pin + a_{67}.PRF.Tr.PH2 + a_{68}.PRF.C.Pin \\ & + a_{69}.D^3 + a_{70}.L^3 + a_{71}.dr^3 + a_{72}.Pin^3 + a_{73}.PL^3 + a_{74}.PRF^3 + a_{75}.Pne^3 \\ & + a_{76}.PH2^3 + a_{77}.C^3 + a_{78}.Tr^3 \end{aligned} \quad (3.13)$$

Отново е използвана обратна регресия (Backward). В Табл. 3.21 са показани част от получените резултати. Статистически значимите коефициенти са получени след 21 стъпки, като за простота привеждаме само резултатите от последната 21-ва стъпка.

Табл.3.21. Значения на нестандартизирани и стандартизирани коефициенти на модел № 4 за P_{out} , проведен с метода наобратната (Backward) регресия.

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
	B	Std. Error	Beta		
22 (Constant)	10.243	15.296		.670	.504
Pin	64.453	5.508	2.262	11.701	.000
Tr	-.143	.049	-.094	-2.931	.004
D_PRF	.023	.011	.760	2.150	.032
D_C	.303	.151	.268	1.997	.047
dr_PL	-.061	.018	-.284	-3.400	.001
L_PRF	-.011	.004	-.524	-3.196	.002
L_C	-.419	.032	-1.323	-12.995	.000
Pin_PL	-2.009	.319	-.771	-6.302	.000
Pin_PRF	.437	.180	.428	2.431	.016
PL_PH2	2.341	.443	.171	5.284	.000
PL_C	-2.791	.721	-.616	-3.874	.000
PRF_C	-.579	.241	-.460	-2.401	.017
C_Tr	.165	.042	1.228	3.908	.000
D_2	-.011	.003	-.275	-3.456	.001
dr_2	.025	.004	.945	6.870	.000
PH2_2	-41.015	10.083	-.184	-4.068	.000
C_2	-11.333	6.457	-.826	-1.755	.080
PL_3	.003	.002	.087	1.874	.062
PRF_3	-2.1E-005	.000	-.271	-1.695	.091
C_3	1.613	.944	.440	1.709	.088

a. Dependent Variable: P_{out}

Полученото нестандартизирано уравнение за P_{out} има следния вид:

$$\begin{aligned}
 \hat{P}_{out} = & 10,243 + 64,453.Pin - 0,143.Tr + 0,023.D.PR_F + 0,303.D.C \\
 & - 0,061.dr.PL - 0,011.L.PR_F - 0,419.L.C - 2,009.Pin.PL \\
 & + 0,437.Pin.PR_F + 2,341.PL.PH2 - 2,791.PL.C - 0,579.PR_F.C \\
 & + 0,165.C.Tr - 0,011.D^2 + 0,025.dr^2 - 41,015.PH2^2 \\
 & - 11,333.C^2 + 0,003.PL^3 - 2,1 \cdot 10^{-5}.PR_F^3 + 1,613.C^3
 \end{aligned} \quad (3.14)$$

Ще отбележим, че в уравнение (3.14) има само три величини от трета степен: PL^3 , PR_F^3 и C^3 .

Стандартизираното уравнение има следния вид:

$$\begin{aligned}
 \bar{P}_{out} = & 2,262.Pin - 0,094.Tr + 0,760.D.PR_F + 0,268.D.C \\
 & - 0,284.dr.PL - 0,524.L.PR_F - 1,323.L.C - 0,771.Pin.PL \\
 & + 0,428.Pin.PR_F + 0,171.PL.PH2 - 0,616.PL.C - 0,460.PR_F.C \\
 & + 1,228.C.Tr - 0,275.D^2 + 0,945.dr^2 - 0,184.PH2^2 \\
 & - 0,826.C^2 + 0,087.PL^3 - 0,271.PR_F^3 + 0,440.C^3
 \end{aligned} \quad (3.15)$$

В следващата Табл. 3.22. е направено сравнение между експериментално получените резултати (P_{out}) и получените такива с помощта на уравнение (3.14) (P_{outPre}). В последната колона е показана относителната грешка за всеки ред.

Табл.3.22. Сравнение на стойностите на изходната лазерна мощност P_{out} , получени с уравнение (3.14) с тези от експеримента.

P_{out}, W	P_{outPre}, W	$\delta, \%$
108	111.3	3.09
110	105.3	4.28
112	105.6	5.70
112	105.4	5.89
112	105.8	5.51
118	111.8	5.27
120	112.0	6.67
120	112.9	5.95
120	112.4	6.31

Средна относителна грешка в областта на големите изходни мощности е 5.41%. Това е най-добрият резултат от всички развити модели за P_{out} . По статистически показатели Модел 4 също е най-добрият. За него $R=0.998$; $R^2=0.976$, Std. Error of the Estimate = 5. 677, (виж за сравнение Табл.3.12).

В следващата Табл. 3.23 на основата на уравнение (3.14) е направено прогнозиране на поведението на изходната лазерна мощност P_{out} . За простота геометричните параметри (D, dr, L) не са променяни.

Табл.3.23. Предсказани стойности на „предполагам експеримент“ за модел № 4 с уравнение (3.14)

D, mm	dr, mm	L, cm	P_{in}, kW	$PL, W/cm$	$PH2, Torr$	PRF, kHz	$P_{ne}, Torr$	C, pF	Tr, K	P_{outPre}, W
58	58	200	5.00	12.50	0.60	17.5	20	1.30	490	120.0
58	58	200	5.10	12.75	0.55	18.0	20	1.29	495	123.2
58	58	200	5.15	12.875	0.50	18.5	20	1.28	495	125.2
58	58	200	5.20	13.00	0.40	19.0	20	1.25	500	128.7
58	58	200	5.50	13.75	0.35	20.0	20	1.22	505	133.8
58	58	200	5.60	14.00	0.30	21.0	20	1.20	510	136.5

На първия ред за сравнение е показан експериментален резултат с изходна лазерна мощност $P_{out} = 120W$. От таблицата се вижда, че за повишаване на P_{out} величините P_{in} , PRF и Tr трябва да нарастват, а величините $PH2$ и C - да намаляват.

Частичен нелинеен модел от трета степен за лазерната ефективност Eff [111]

По аналогия с предишния случай, най-добрият нелинеен MARS модел от трета степен за Eff съдържа 44 базисни функции от първи, втори и трети ред. В тях участват 9 от общо 10 независими величини, а именно: $D, dr, P_{in}, PL, PRF, PH2, P_{ne}, C$ и Tr . Отсъства само величината L . Като нелинейни елементи от трета степен участват 7 величини: $\{C, PRF, P_{in}\}$, $\{P_{ne}, PRF, P_{in}\}$, $\{P_{in}, C, dr\}$, $\{PL, PRF, PH2\}$, $\{D, PRF, D\}$, $\{C, PL, PRF\}$ и $\{D, PRF, PH2\}$. Към тях отново добавяме всяка една от 10 независими величини на трета степен. По този начин нелинейното уравнение в общ вид е следното:

$$\begin{aligned}\hat{Eff} = & \text{дясна част ур.(3.10)} + a_{66}.C.PR.F.Pin + a_{67}.Pne.PR.F.Pin \\ & + a_{68}.Pin.C.dr + a_{69}.PL.PR.F.PH2 + a_{70}.D.PR.F.D + a_{71}.C.PL.PR.F \\ & + a_{72}.D.PR.F.PH2 + a_{73}.D^3 + a_{74}.L^3 + a_{75}.dr^3 + a_{76}.Pin^3 + a_{77}.PL^3 \\ & + a_{78}.PR.F^3 + a_{79}.Pne^3 + a_{80}.PH2^3 + a_{81}.C^3 + a_{82}.Tr^3\end{aligned}\quad (3.16)$$

За определяне на статистически значимите коефициенти отново е използвана обратна регресия (Backward). Получените резултати са показани с Табл. 3.25.

Табл.3.25. Стойности на статистически значимите коефициенти за модел от трета степен за Eff.

Coefficients ^a					
Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	Sig.
		B	Std. Error	Beta	
19	(Constant)	.934	.263		.000
	dr_PH2	.075	.006	1.257	.000
	Pin_C_dr	-.005	.000	-.881	.000
	PH2_3	-3.122	.397	-.357	.000
	Pin	1.518	.194	2.150	.000
	PH2_Pne	-.018	.004	-.121	.000
	D_PL	-.001	.000	-.192	.000
	C_PL_PR.F	.005	.001	1.998	.000
	PR.F_2	-9.9E-005	.000	-.407	.000
	Pin_2	-.064	.019	-.507	.001
	PR.F_C	-.049	.011	-1.582	.000
	PL	-.128	.022	-.367	.000
	PL_PH2	.129	.029	.380	.000
	Pin_PH2	-.966	.297	-1.058	.001

a. Dependent Variable: Eff

Полученото регресионно уравнение от трета степен за лазерната ефективност има следния вид:

$$\begin{aligned}\hat{Eff} = & 0,934 + 0,075dr.PH2 - 0,005Pin.C.dr - 3,122PH2^3 + 1,518.Pin \\ & - 0,018.PH2.Pne - 0,001.D.PL + 0,005.C.PL.PR.F - 9,9.10^{-5}.PR.F^2 \\ & - 0,064.Pin^2 - 0,049.PR.F.C - 0,128.PL + 0,129.PL.PH2 - 0,966.Pin.PH2\end{aligned}\quad (3.16)$$

Съответното стандартизирано уравнение е:

$$\begin{aligned}\bar{Eff} = & 1,257.dr.PH2 - 0,881.Pin.C.dr - 0,357.PH2^3 + 2,150.Pin - 0,121.PH2.Pne \\ & - 0,192.D.PL + 1,998.C.PL.PR.F - 0,407.PR.F^2 - 0,507.Pin^2 - 1,582.PR.F.C \\ & - 0,367.PL + 0,380.PL.PH2 - 1,058.Pin.PH2\end{aligned}\quad (3.17)$$

Извършена е проверка за адекватност на развития регресионен модел. За тази цел с уравнение (3.16) са направени изчисления за лазерната ефективност за известни експериментални резултати. В областта на лазерите с висока изходна мощност част от получените резултати са показани в Табл. 3.26. В първата колона са показани експериментални стойности на изходната лазерна мощност P_{out} . Във втората-съответните стойности на подавана електрическа мощност P_{in} . В третата колона са изчислените

стойности на лазерната ефективност по формулата $Eff = \frac{P_{out}}{P_{in}}$. В колона 4 са показани прогнозните резултати на лазерната ефективност съгласно уравнение (3.16), а в последната 5 колона – относителната грешка в проценти.

Табл.3.26. Сравнение на лазерната ефективност съгласно експериментални данни и уравнение (3.16).

	Pout,W	Pin,kW	Eff,%	EffPred,%	Delta,%
	1	2	3	4	5
1	101	4.5	2.24	2.37	5.40
2	102	5.0	2.04	1.95	4.51
3	102	3.5	2.91	2.76	5.16
4	104	4.0	2.60	2.41	7.29
5	108	5.0	2.16	2.28	5.75
6	110	4.5	2.44	2.37	2.93
7	112	4.5	2.49	2.38	4.24
8	112	4.5	2.49	2.39	3.97
9	118	5.0	2.36	2.30	2.55
10	120	5.0	2.40	2.31	3.86
11	120	5.0	2.40	2.34	2.60
12	120	5.0	2.40	2.32	3.22

Средната относителна грешка е 4.29%. Статистическите показатели са следните: $R=0.974$, $R^2=0.949$, Std. Error of the Estimate = 0.20511. По сравнение с модела от втора степен за Eff, параграф 3.7, развитият нелинеен модел от трета степен е по-добър. Той точно предсказва известни експериментални резултати и има по-добри статистически показатели.

Следващата стъпка е прогнозиране на ново поведение на величината Eff за данни, различни от експерименталните, на основа на уравнение (3.16). Част от получените резултати са показани в Табл.3.27. Фиксирани са геометричните размери D, dr и L. От направените компютърни симулации следва, че да расте Eff е необходимо величините Pin, PL, PH2, Pne и C да намаляват. Получените резултати частично се потвърждават с по-рано получените такива в параграфи 3.7 и 2.5.7 от дисертационния труд.

Табл.3.27. Прогнозиране на лазерната ефективност за нови лазерни източници.

D, mm	dr, mm	L, cm	Pin, kW	PL W/cm	PH2, Torr	PRF, kHz	Pne, Torr	C, pF	Tr, °C	EffPre, %
58	58	200	5.0	12.5	0.6	17.5	20	1.30	490	2.40
58	58	200	4.9	12.25	0.6	17.5	20	1.30	490	2.41
58	58	200	4.9	12.25	0.5	17.5	19	1.30	490	2.61
58	58	200	4.8	12.00	0.5	18	19	1.25	490	2.66
58	58	200	4.8	12.00	0.45	18	18	1.25	490	2.73
58	58	200	4.7	11.75	0.45	19	18	1.20	490	2.79
58	58	200	4.7	11.75	0.4	19	18	1.20	490	2.82

Анализ на резултатите от нелинейното моделиране от трета степен

Развитите модели от трета степен за лазерната мощност и ефективност показват, че процесите, определящи тяхното поведение, са силно нелинейни. Това значително затруднява детайлния анализ за влиянието на всяка една от 10 независими величини. На практика такъв

анализ е невъзможен. Можем само качествено да търсим потвърждение с по-рано направени заключения от по-простите модели. Развитите нелинейни модели от трета степен са най-добрите от всички други с по-ниска степен.

Публикации на автора по темата на дисертационния труд

Публикации в научни списания

- [1п] N. P. Denev, D. N. Astadjov, N. V. Sabotinov, Analysis of the copper Bromide laser efficiency, in: *Laser Technologies and Lasers, Proc. of IV International Symposium LTL Plovdiv-2005*, 2005, pp. 153-156.
- [2п] I. P. Iliev, S. G. Gocheva-Ilieva, N. P. Denev and N. V. Sabotinov, Statistical Study of the Copper Bromide Laser Efficiency, *Proc. of American Institute of Physics (AIP)*, p. 680, vol. 899 - Sixth Intern. Conf. of the Balkan Physical Union. August 22-26, 2006, Istanbul.
- [3п] I. P. Iliev, S. G. Gocheva-Ilieva, D. N. Astadzhov, N. P. Denev and N. V. Sabotinov, Statistical analysis of the CuBr laser efficiency improvement, *Optics and Laser Technology*, vol. 40, N 4, pp. 641-646, 2008. **IF: 0.892**
- [4п] I. P. Iliev, S. G. Gocheva-Ilieva, D. N. Astadjov, N. P. Denev and N. V. Sabotinov, Statistical approach in planning experiments with copper a bromide vapor laser, *Quantum Electron.*, vol. 38, N 5, 436-440, 2008. **IF 0.835**
- [5п] N. Denev, Cluster analysis for determination of the influence of basic laser parameters on copper bromide vapor laser efficiency, *Proc. Technical University – Sofia*, vol. 59, book 1, pp. 19-26, 2009.
- [6п] Николай Денев, Илийчо Илиев. Нелинеен параметричен модел за изходната мощност на CuBr лазер. *Journal of the Technical University – Sofia, Plovdiv branch, “Fundamental Sciences and Applications “*, vol. 17, 2012, pp. 75-79.
- [7п] N. P. Denev, I. P. Iliev, Second degree empirical model of laser generation of a CuBr laser. *International Journal of Scientific& Technology Research* (in press).

Апробация на получените резултати

Участие в научни конференции

1. N. P. Denev, D. N. Astadjov, N. V. Sabotinov. Analysis of the copper Bromide laser efficiency, *Conf. Laser Technologies and Lasers, IV International Symposium LTL Plovdiv-2005*, 2005, Plovdiv, Bulgaria.
2. I. Iliev, S. Gocheva-Ilieva, N. Denev, N. Sabotinov. Stastistical Study of the Copper Bromide Laser Efficiency. *6th International Conference of the Balkan Physical Union, August 22-26, 2006, Istanbul, Turkey*, Book of abstracts, 892.
3. N. P. Denev, I.P. Iliev. Nonlinear second degree model of laser efficiency of CuBr laser. Fifth Conference of the Euro-American Consortium for Promoting the Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences, Albena, Bulgaria, June 24-29, 2013 (допуснат до участие доклад).

Забелязани цитати

Статии [3п] и [4п] са цитирани по 1 път в:

- 1.1. Малинова А. А., *Софтуерна система за компютърна симулация на лазери с метални пари*, дисертация и автореферат за присъждане на образователна и научна степен “доктор”, 2009.
- 1.2. Krasteva L., Velcheva N., Mokreva T., Principal component analysis of a canning determinate tomato collection in the IPGR, Sadovo – Bulgaria, *Agroznanje (Agro-knowledge Journal*, University of Banjaluka), vol. 13, No.1, pp. 79-86, 2012.

Научни проекти

Статии [3п] и [4п] са част от и са публикувани с финансовото съдействие на:

1. Проект за научни изследвания ВУ-МИ 205/2006 на Фонд за научни изследвания, Министерство на образованието, младежта и науката.
2. Проект за научни изследвания 07 M07 към Поделение научна и приложна дейност, ПУ „Паисий Хилендарски”.

Претенции за научни и научноприложни приноси

В представения дисертационен труд приноси са глави 2 и 3.

Предмет на Глава 2 са параметричните модели за CuVr лазер.

1. За първи път в областта на лазерите с пари на металите и техните съединение, в частност за CuVr лазер, е развит класификационен анализ. С инструментите на клъстерния, факторния и регресионен анализ е изследвано влиянието на 10 независими величини на изходната лазерна мощност и ефективност. Установено е степента на влияние на всяка една от независимите величини на изходните лазерни параметри. Установено е, че 6 от независимите величини имат съществено влияние. Направен е анализ и физическа интерпретация на получените резултати.
2. Построени са параметрични уравнения от първа степен, които позволяват да се предсказва лазерната мощност за нови стойности на независимите величини.

Получените резултати в Глава 3 са изцяло нови и оригинални. Част от получените резултати са предложени за публикации, а останалите са предмет на последващи публикации.

3. Развити са нелинейни параметрични модели от втора и трета степен за лазерната мощност и ефективност. За първи път е изследвано нелинейното влияние на независимите величини и тяхното сложно взаимодействие, влизайки в нелинейни комбинации от втора и трета степен помежду си, на лазерната мощност и ефективност. Извършена е частична оптимизация на лазерния източник с висока степен на достоверност и съвпадение с по-рано известни експериментални данни.

*На базата на тези резултати могат да се формулират следните **приноси за приложната физика и инженерните науки**:*

1. Направеният анализ позволява да се изучат по нов начин връзките и влиянието на независимите величини (както самостоятелно, така и в комбинация с други независими) върху изходните лазерни параметри. Изследвани са локални зависимости между параметрите на лазерния източник.
2. На основата на проведен отсейващ компютърен експеримент са определени независимите величини, които имат съществено влияние на лазерната мощност и ефективност;
3. Чрез провеждане на частичен екстремален експеримент (параграф 3.3 от дисертационния труд) е определена оптималната комбинация (набор от комбинации) на нови стойности на независимите величини за постигане на максимална изходна лазерна мощност.
4. Постигнато е намаляване размерността на поставената задача – чрез използване на фиктивни променливи, с цел намаляване на експерименталния труд.

Библиография

- [1] А. И. Яблонский, Математические модели в исследовании науки, М., Наука, 1986, с. 352.
- [2] И. Н. Альян, Моделирование вычислительных систем, Ленинград, Машиностроение, 1988, с. 220.
- [3] Математический энциклопедический словарь, Москва, Советская энциклопедия, 1988, с. 845.
- [4] R. J. Carman, Computer modeling of longitudinal excited elemental copper vapor lasers, in „Pulsed metal vapor lasers – physics and emerging applications in industry, medicine and science”, editors: C. E. Little and N. V. Sabotinov, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp. 203-214, 1996.
- [5] G. G. Lister, Low-pressure gas discharges modeling, J. Phys. D: Appl. Phys., 25, pp.1649-1680, 1992.
- [6] G. G. Petrash, The processes limiting the pulse repetition rate in pulsed metal and metal compound vapor lasers, Laser Physics, Springer, vol. 10, No. 5, pp. 994–1008, 2000.
- [7] Энциклопедия низкотемпературной плазмы, серия Б, Том XI-4: “Газовые и плазменные лазеры”, ред. С.И. Яковленко, М., Физматлит, 2005.
- [8] O. S. Andrienko, V. A. Dimaki, G. S. Evtushenko, V. B. Sukhanov, V. O. Troitskiy, D. V. Shiyanov, Metal and metal halide vapor lasers: new opportunities, Opt. Eng., SPIE, vol. 44, 071204, 2005.
- [9] А. Г. Григорьянц, М. А. Казарян, Н. А. Лябин, Лазеры на парах меди, М., ФИЗМАТЛИТ, 2005, с. 312.
- [10] N. Vuchkov, High discharge tube resource of the Uv Cu+ Ne-CuBr laser and some applications, In: “New Development in Lasers and Electric-Optics Research”, ed. W. T. Arkin, Nova Science Publishers, Inc., 2006, pp. 41-74.
- [11] L. Chen, B. N. Mao, Y. B. Wang, L. M. Wang, B. L. Pan, A kinetic model for alternate oscillation of self-terminating and recombination lasers in strontium ions, Opt. Communications, vol. 281 (5), pp.1211-1216, 2008.
- [12] F. A. Gubarev, V. B. Sukhanov, G. S. Evtushenko, V. F. Fedorov, D. V. Shiyanov, CuBr laser excited by a capacitively coupled longitudinal discharge, IEEE Journal of Quantum Electronics, vol. 45 (2), pp. 171-177, 2009.
- [13] L. Chen, B. L. Pan, Y. J. Wang, K. A. Temelkov, N. K. Vuchkov, He–SrCl₂ vapor laser excited by Blumlein discharge circuit, Opt Commun, 282, pp. 3953–3956, 2009.
- [14] L. Chen, B. L. Pan, Y. J. Wang, Q. Zhou, X. Y. Zhang, Characteristics of laser and current pulses in a He–SrCl₂ vapor laser, Appl. Phys. B, 98, pp. 507–510, 2010.
- [15] N. V. Sabotinov, Metal vapor lasers, in Gas Lasers, eds. M. Endo, R. F. Walter, CRC Press, Boca Raton, 2006.
- [16] В. М. Климкин, А. Н. Солдатов, Развитие лазеров на парах металлов в СО РАН, Оптика атмосф. и океана, т. 20 (9), с. 844-853, 2007.
- [17] А. А. Исаев, М. А. Казарян, Г.Г. Петраш, О возможности получения больших средних мощностей генерации в видимой области спектра, Квантовая электроника, т. 6, вып. 18, с. 112-115, 1973.
- [18] A. Bogaerts, R. Gijbels, Numerical modelling of gas discharge plasmas for various applications, Vacuum, vol. 69, 1-3, pp. 37-52, 2002.
- [19] N. V. Sabotinov, N. K. Vuchkov, D. N. Astadjov, Gas laser discharge tube with copper halide vapors, United States Patent 4635271, 1987. <http://www.freepatentsonline.com/4635271.html>.
- [20] N. V. Sabotinov, Recent progress in copper vapor lasers, Proc. of SPIE, vol. 5120, XIV Intern. Symposium on Gas Flow, Chemical Lasers, and High-Power Lasers, edited by Krysztof M.

- Abramski, Edward F. Plinski, Wieslaw Wolinski, SPIE, Bellingham, WA, 2003, pp. 30-37, 2003.
- [21] C. Webb, Metal vapour lasers: New developments and applications, Proc. SPIE, vol. 4184, pp. 183-190, 2000.
- [22] C. E. Webb, J. D. C. Jones, Handbook of Laser Technology and Applications, 1-3, Institute of Physics Publishing, London, 2004, p. 2752.
- [23] <http://veinlase.com/treatveinlas.htm>
- [24] http://www.smartskincare.com/treatments/noninvasive/nonablative/laserlight_copper-bromide_511-578nm.html
- [25] <http://dermnetnz.org/procedures/copper-bromide-laser.html>.
- [26] O. Sabotinov, E. Stoykova, Copper-bromide laser system for treatment of dermatological malformations, 13th International School on Quantum Electronics: Laser Physics and Applications, Editors: P. A. Atanasov, S. V. Gateva, L. A. Avramov, A. A. Serafetinides, Proc. of SPIE, vol. 5830, pp. 449-453, 2005.
- [27] I. I. Balchev, N. I. Minkovski, N. V. Sabotinov, I. K. Kostadinov, Micromachining with copper bromide laser, 12th International School on Quantum Electronics: Laser Physics and Applications, Editors: P. A. Atanasov, A. A. Serafetinides, I. N. Kolev, Proc. of SPIE, vol. 5226, pp. 372-376, 2003.
- [28] <http://www.pulslight.com/>
- [29] Н. А. Лябин, В. М. Жариков, В. И. Клименко и др. Лазеры на парах меди и их применение в технологии прецизионной обработки, Электрон. техн., Сер. I, вып. 2, с. 17-35, 2003.
- [30] I. Balchev, N. Minkovski, P. Stefanov, M. Shipochka, N. Sabotinov, CuBr laser treatment of titanium wafers, Proc. of SPIE, 14th International School on Quantum Electronics: Laser Physics and Applications, Eds. P. A. Atanasov, T. N. Dreischuh, S. V. Gateva, L. M. Kovachev, vol. 6604, pp. 66040X, 2007.
- [31] С. И. Яковленко, О лазерном разделении редких изотопов, Энциклопедия низкотемпературной плазмы: Серия Б: „Справочные приложения, базы и банки данных: Т. XI-4. Газовые и плазменные лазеры”, Под ред. С. И. Яковленко, М., ФИЗМАТЛИТ, с. 764-811, 2005.
- [32] Z. Lei, Q. Liejia, Z. Guiyan, S. Xiudong, L. Fucheng, Generation of 30ps pulse from a short cavity dye laser pumped by a copper bromide laser, Chinese Phys. Lett. 7, pp. 300-303, 1990.
- [33] G. S. Evtushenko, V. Yu. Kashaev, N. V. Parshina, V. B. Sukhanov, V. V. Tatur, Light-dynamic systems based on copper bromide vapor laser, Proc. SPIE, vol. 4900, pp. 1126-1129, 2002.
- [34] X. Zureng, Z. Guiyan, L. Fucheng, Applications of the CuBr vapor laser as an image-brightness amplifier in high-speed photography and photomicrography, Appl. Opt. 31, pp. 3395-3397, 1992.
- [35] E. Metel, J. Podlinski, M. Dors, J. Mizeraczyk, N. V. Sabotinov, N. V., CuBr laser visualization of the bubbles flow in a pulsed discharge in water, Proc. of SPIE, 14th International School on Quantum Electronics: Laser Physics and Applications, Eds. P. A. Atanasov, T. N. Dreischuh, S. V. Gateva, L. M. Kovachev, vol. 6604, pp. 660412, 2007.
- [36] <http://www.optela.com/>
- [37] <http://saedinenie.com/>
- [38] http://saturaad.com/?act=show_page&id=107
- [39] <http://www.http-hebar.com/main.htm> - Високотехнологичен парк Хебър АД
- [40] Самарский А. А., Михайлов А. П., Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры. 2-е изд., испр., М., Физматлит, 2001.
- [41] Мышкис А. Д., Элементы теории математических моделей, 3-е изд., испр., М., КомКнига, 2007. 192 с.

- [42] Ю. П. Райзер, М. Н. Шнейдер, Н. А. Яценко, Высоочастотный емкостный разряд, МФТИ, М., 1995, (стр. 199-204).
- [43] M. J. Withford, D. J. W. Brown, R. P. Mildren, R. J. Carman, G. D. Marshall, J. A. Piper, Advances in copper laser technology: kinetic enhancement, Progress in Quantum Electronics, vol. 28 (3-4), pp. 165-196, 2004.
- [44] M. J. Kushner, A self-consistent model for high repetition rate copper vapor lasers, J. Quant. Elect. QE-17, pp.1555-1565, 1981.
- [45] M. J. Kushner, B. E. Warner, Large bore copper vapor lasers: Kinetics and scaling issues, J. Appl. Phys. 54 (6), pp. 2970-2982, 1983.
- [46] R. J. Carman, R. P. Mildren, M. J. Withford, D. J. W. Brown, J. A. Piper, Modeling the plasma kinetics in a kinetically enhanced copper vapor laser utilizing HCl+H₂ admixtures, IEEE J. Quant. Electron., 36 (4), pp. 438-449, 2000.
- [47] R. J. Carman, M. J. Withford, D. J. W. Brown, J. A. Piper, Modelling the kinetics of a copper vapour laser with H₂-HCl-Ne buffer gas mixtures, 51st Annual Gaseous Electronics Conference & 4th International Conference on Reactive Plasmas October 19-22, 1998 Maui, Hawaii, abstract #NW2.02, 1998.
- [48] T. Ma, Analysis of gas temperature radial distribution in Ne-H₂-CuBr laser discharge tube with diaphragms, Yingyong guangxue (Journal of Applied Optics), 27(1), pp. 54-57, 2006.
- [49] D. L. Yu, R. W. Wang, Y. X. Tao, Кинетический анализ лазера на парах меди на трубках с большим диаметром, Wuli xuebao, vol. 49 (2), pp. 247-251, 2000.
- [50] D. L. Yu, R. W. Wang, Y. X. Tao, Physical simulation for large-bore copper vapor laser, Chin. Phys. Lett., vol. 17, (1), pp. 19-21, 2000.
- [51] B. L. Pan, G. Chen, B. N. Mao, Z. X. Yao, Kinetic process of UV Cu⁺ laser in Ne-CuBr longitudinal pulsed discharge, Opt. Express 14, pp. 8644-8653, 2006.
- [52] B. N. Mao, G. Chen, Y. B. Wang, L. Chen, B. L. Pan, Численное изучение влияния параметров на работу УФ Ne-CuBr-лазера в продольном импульсном разряде, Wuli xuebao, vol. 56 (6), pp. 2652-2656, 2007.
- [53] B. N. Mao, B. L. Pan, L. Chen, Y. J. Wang, Z. X. Yao, Kinetic analysis of the factors limiting the output power of the Ne-CuBr UV laser, Chinese Phys. B, 18, pp. 1542-1546, 2009.
- [54] A. M. Boichenko, G. S. Evtushenko, S. N. Torgaev, Simulation of a CuBr laser, Laser Physics, Springer, vol. 18, 12, pp.1522-1525, 2008.
- [55] A. M. Boichenko, G. S. Evtushenko, Simulation of a CuBr Laser in the Presence and in the Absence of Hydrogen Impurity, Laser Physics, Springer, vol. 18 (4), pp. 403-412, 2008.
- [56] A. M. Boichenko, G. S. Evtushenko, S. N. Torgaev, Simulation of a CuBr laser, Laser Physics, Springer, vol. 18, 12, pp.1522-1525, 2008.
- [57] D. N. Astadjov, N. K. Vuchkov, N. V. Sabotinov, Parametric study of the CuBr laser with hydrogen additives, IEEE J. of Quant. Electr., 24 (9), pp. 1926-1935, 1988.
- [58] I. P. Iliev, S. G. Gocheva-Ilieva, N. V. Sabotinov, Analytic study of the temperature profile in a copper bromide laser, Quantum Electron., vol. 38 (4), pp. 338-342, 2008,
- [59] I. P. Iliev, S. G. Gocheva-Ilieva, N. V. Sabotinov, An improved model of gas temperature in a copper vapour laser, Quantum Electron., vol. 39 (5), pp. 425-430, 2009.
- [60] I. P. Iliev, S. G. Gocheva-Ilieva, K. A. Temelkov, N. K. Vuchkov, N. V. Sabotinov, Modeling of the radial heat flow and cooling processes in a deep ultraviolet Cu⁺ Ne-CuBr laser, Math Probl in Engineering, Hindawi Publishing Corporation, vol. 2009, Article ID 582732, 17 pages.
- [61] S. Gocheva-Ilieva, I. Iliev, Temperature model and intensification of cooling of radio-frequency gas discharge, Proc. 4th Intern. Conf. Finite Difference methods and Applications, Lozenetz, Bulgaria, August 26-29, editors: I. Firago, P. Vabishchevich, L. Vulkov, Rousse Univ. "A.Kanchev", pp. 179-184, March 2007.
- [62] S. G. Gocheva-Ilieva, I. P. Iliev, K. A. Temelkov, N. K. Vuchkov, N. V. Sabotinov, Analytical model of the temperature in UV CU⁺ lasers, Proc. 34th Conf. Applications of Mathematics in

- Engineering and Economics (AMEE'08), June 6 - 12, 2008, Sozopol, Ed. M. Todorov, CP1067, Melville NY: American Institute of Physics, pp. 114-121, 2008.
- [63] I. P. Iliev, S. G. Gocheva-Ilieva, Model of the radial gas-temperature distribution in a copper bromide vapour laser, *Quantum Electron.*, vol. 40 (6), pp. 479 - 483, 2010.
 - [64] I. P. Iliev, S. G. Gocheva-Ilieva, K. A. Temelkov, N. K. Vuchkov, N. V. Sabotinov, Analytical model of temperature profile for a He-SrBr₂ laser, *J Optoelectronics and Advanced Materials*, vol.11 (11), pp. 1735 – 1742, 2009.
 - [65] I. P. Iliev, S. G. Gocheva-Ilieva, K. A. Temelkov, N. K. Vuchkov, N. V. Sabotinov, An improved radial temperature model of a high-powered He-SrBr₂ laser, *J Optics and Laser technology*, Elsevier, vol. 43 (3), pp. 642-647, 2011, Available online 21 September 2010.
 - [66] S. G. Gocheva-Ilieva, I. P. Iliev, Mathematical modeling of the electric field in copper bromide laser, *Int. Conf. of Numerical Analysis and Applied Mathematics, ICNAAM 2007*, September 16-20, 2007, Corfu, Greece, *Conf. Proc. American Institute of Physics (AIP)*, vol. CP936, pp. 527-530, 2007.
 - [67] J. L. Lu, L. J. Wang, The orthonormal design of experiments for the optimization of the parameters of the discharge circuit in the CuBr vapour lasers power supply, *Laser Technology*, vol. 30 (2), pp. 113-115, 2006.
 - [68] C. Cheng, Plasma kinetics mechanisms of an optimized copper vapour laser, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 33, pp. 1169-1178, 2000.
 - [69] C. Cheng, S. He, On the optimization of laser power, efficiency and impedance matching for a copper vapor laser, *Microwave Opt. Technol. Lett.*, 27, pp. 339-343, 2000.
 - [70] C. Cheng, S. L. He, Optimal design for a copper vapor laser with a maximum output by using a genetic algorithm, *Optical and Quantum Electronics*, 33, pp. 83-98, 2001.
 - [71] I. P. Iliev, S. G. Gocheva-Ilieva, N. V. Sabotinov, Classification analysis of the variables in a CuBr laser, *Quantum Electron.*, vol. 39 (2), pp. 143-146, 2009.
 - [72] I. P. Iliev, S. G. Gocheva-Ilieva, N. V. Sabotinov, Prognosis of the Copper Bromide Laser Generation through Statistical Methods, *XVII Int. Symposium on Gas Flow and Chemical Lasers & High Power Lasers 2008*, September 15-19, Lisbon, Portugal, edited by R. Vidal et al., *Proc. SPIE*, 7131, SPIE, Bellingham, WA, pp. 71311J1-J8, 2009.
 - [73] I. P. Iliev, S. G. Gocheva-Ilieva, On the application of the multidimensional statistical techniques for exploring copper bromide vapor laser, *The 34th Conf. Applications of Mathematics in Engineering and Economics (AMEE'08)*, June 6 - 12, 2008, Sozopol, ed. M. Todorov, CP1067, Melville NY: American Institute of Physics, pp. 475-482, 2008.
 - [74] I. P. Iliev, S. G. Gocheva-Ilieva, D. N. Astadjov, N. P. Denev and N. V. Sabotinov, Statistical approach in planning experiments with a copper bromide vapor laser, *Quantum Electron.*, vol. 38, N 5, 436-440, 2008.
 - [75] I. P. Iliev, S. G. Gocheva-Ilieva, D. N. Astadjov, N. P. Denev, N. V. Sabotinov, Statistical analysis of the CuBr laser efficiency improvement, *Optics and Laser Technology*, vol. 40 (4), pp. 641-646, 2008.
 - [76] I. P. Iliev, S. G. Gocheva-Ilieva, Statistical techniques for examining copper bromide laser parameters, *Proc. Int. Conf. of Numerical Analysis and Applied Mathematics, ICNAAM 2007*, September 16-20, 2007, Corfu, Greece, *Conf. Proc. of American Institute of Physics (AIP)*, vol. CP936, pp. 267-270, 2007.
 - [77] I. P. Iliev, S. G. Gocheva-Ilieva, N. P. Denev, N.V. Sabotinov, Statistical Study of the Copper Bromide Laser Efficiency, *Proc. of AIP, USA, Sixth Intern. Conf. of the Balkan Physical Union, BPU-2006*, Istanbul, vol. 899, p. 680, 2007.
 - [78] I. P. Iliev, S. G. Gocheva-Ilieva, N. V. Sabotinov, Statistical analysis of the output power in a copper bromide laser, *J. of the Tech. Univ. Plovdiv, Fundamental Sciences and Applications*, vol. 13(10), pp. 71-76, 2006.
 - [79] S. G. Gocheva-Ilieva, I. P. Iliev, Nonlinear regression model of copper bromide laser generation, *Proc. COMPSTAT'2010*, Eds. Y. Lechevallier, G. Saporta, 19th International

- Conference on Computational Statistics, Paris - France, August 22-27, Physica-Verlag, Springer_ebook, pp. 1063-1070, 2010.
- [80] S. G. Gocheva-Ilieva, I. P. Iliev, Parametric and nonparametric empirical regression models: case study of copper bromide laser generation, Math Probl Eng, Hindawi Publishing Corporation, New York, NY, Volume 2010, Article ID 697687, 15 pages, 2010.
 - [81] S. G. Gocheva-Ilieva, I. P. Iliev, Modeling and prediction of laser generation in UV copper bromide laser via MARS, in "Advanced research in physics and engineering, Series "Mathematics and Computers in Science and Engineering", eds. O. Martin et al., Proc. 5th Int. Conf. on Optics, Astrophysics and Astronomy (ICOAA '10), Cambridge, UK, February 20-22, 2010, WSEAS Press, pp.166-171, 2010.
 - [82] S. Gocheva-Ilieva, Application of MARS for the construction of nonparametric models, Proc. 39th Spring Conf. UBM, Albena, April 6-10, 2010, invited paper, Albena, April 6-10, 2010, ed. Peter Russev, pp. 29-38, 2010.
 - [83] Д. Войникова, Сравнение на клъстерни модели за данни от ултравиолетови лазери, Proc. International Conference Engineering, Technologies and Systems Techsys 2011, 26-28 May, 2011, Plovdiv, in: J Tech. Univ. Sofia, branch Plovdiv, "Fundamental Sciences and Applications", vol. 16(1), pp. 91-94, 2011.
 - [84] Krasimir D. Dimitrov; Nikola V. Sabotinov, High-power and high-efficiency copper bromide vapor laser. Proc. SPIE 3052, doi:10.1117/12.262908, pp. 126-130.
 - [85] D. N. Astadjov, N. V. Sabotinov, N. K. Vuchkov, Effect of hydrogen on CuBr laser power and efficiency, Opt. Commun. 56(4), pp. 279–282, 1985.
 - [86] D. N. Astadjov, K. D. Dimitrov, C. E. Little, N. V. Sabotinov, A CuBr laser with 1.4 W/cm³ average output power, IEEE J. Quantum Electron., 30(6), pp. 1358–1360. 1994.
 - [87] N. K. Vuchkov, D. N. Astadjov, N. V. Sabotinov, A new circuit for CuBr laser excitation, Opt. Quantum Electron, 23, pp. S549–S553, 1991.
 - [88] N. V. Sabotinov, Copper bromide lasers. In: C. E. Little, N. V. Sabotinov, editors, Pulsed metal vapour lasers, NATO ASI series, Disarmament Technologies-5, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996, pp. 113–124.
 - [89] K. D. Dimitrov, N. V. Sabotinov, High-power and high-efficiency copper bromide vapor laser, SPIE, vol. 3052, pp. 126–130, 1996.
 - [90] D. N. Astadjov, K. D. Dimitrov, D. R. Jones, V. L. Kirkov, C. E. Little, Little N., N. V. Sabotinov, et al. Influence on operating characteristics of scaling sealed-off CuBr lasers in active length, Opt. Commun, 135, pp. 289–294, 1997.
 - [91] D. N. Astadjov, K. D. Dimitrov, D. R. Jones, V. K. Kirkov, C. E. Little, N. V. Sabotinov, et al. Copper bromide laser of 120-W average output power, IEEE J. Quantum Electron., 33(5), pp. 705–709, 1997.
 - [92] V. M. Stoilov, D. N. Astadjov, N. K. Vuchkov, N. V. Sabotinov, High spatial intensity 10 W–CuBr laser with hydrogen additives, Opt. Quantum Electron., 32 (11), pp. 1209–1217, 2000.
 - [93] NATO contract SfP, 97 2685 (50W copper bromide laser), 2000.
 - [94] N. P. Denev, D. N. Astadjov, N. V. Sabotinov, Analysis of the copper bromide laser efficiency, Proc. 4th Int. Symposium on Laser Technologies and Lasers '2005, Plovdiv, Bulgaria, pp. 153–156, 2006.
 - [95] Д. Таганов. SPSS статистический анализ в маркетинговых исследованиях, Питер, Москва, 2005, с.183.
 - [96] В. С. Бериков, Г. С. Лбов, Современные тенденции в кластерном анализе, Всероссийский конкурсный отбор обзорно-аналитических статей по приоритетному направлению «Информационно-телекоммуникационные системы», 2008, 26 с.
 - [97] W. Janssens, K. Wijnen, P. De Pelsmacker, P. Van Kenhove, Marketing research with SPSS, Prentice Hall, Pearson Education Ltd, Harlow, 2008.

- [98] N. Denev, Cluster analysis for determination of the influence of basic laser parameters on copper bromide vapor laser efficiency, Proc. Technical University – Sofia, vol. 59, book 1, pp. 19-26, 2009.
- [99] D. N. Astadjov, N. V. Sabotinov, Energy dissipation in the electrodes of CuBr laser-like discharges, J. of Phys. D: Appl. Phys., 30, pp. 1507-1514, 1997.
- [100] В. Г. Шуметов, Л. В. Шуметова, Факторный анализ: подход с применением ЭВМ, ОрелГТУ, Орел, 1999, 88 с.
- [101] J. Kim, Ch. W. Mueller, Factor analysis: Statistical Methods and Practical Issue, Eleventh Printing, Sage Publication, 1986.
- [102] A. C. Rencher, Methods of multivariate analysis, 2 ed., John Wiley, New York, 2002.
- [103] A. A. Afifi, Y. Clark, Computer-aided multivariate analysis, Lifetime Learning Publications, Belmont, California, 1984.
- [104] Massy, W. F., Principal components regression in exploratory statistical research, J American statistical Association 60, pp. 234-246, 1965.
- [105] Г. Хакен, Синергетика, М., Мир, 1980, 406 с.
- [106] С. Панчев, Теория на хаоса, Акад., изд., "Акад., М., Дринов", София, 2001, 452 стр.
- [107] S. G. Gocheva-Ilieva, I. P. Iliev, Statistical Models of Characteristics of Metal Vapor Lasers, Nova Science Publisher, New York, 2011.
- [108] I. P. Iliev, D. S. Voynikova, S. G. Gocheva-Ilieva, Simulation of the output power of copper bromide lasers by the MARS method, Quantum Electronics, Vol. 42 (4), pp. 298-303, 2012,
- [109] Н. Денев, И. Илиев, Нелинеен параметричен модел за изходната мощност на CuBr лазер, J Technical University – Sofia, Plovdiv branch, "Fundamental Sciences and Applications ", Vol. 17, p. 75-79, 2012.
- [110] N. P. Denev, I.P. Iliev. Second degree empirical model of laser generation of a CuBr laser. International Journal of Scientific & Technology Research (приета за печат).
- [111] N. P. Denev, I.P. Iliev. Nonlinear second degree model of laser efficiency of CuBr laser. Fifth Conference of the Euro-American Consortium for Promoting the Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences, Albena, Bulgaria, June 24-29, 2013 (допуснат до участие с доклад).